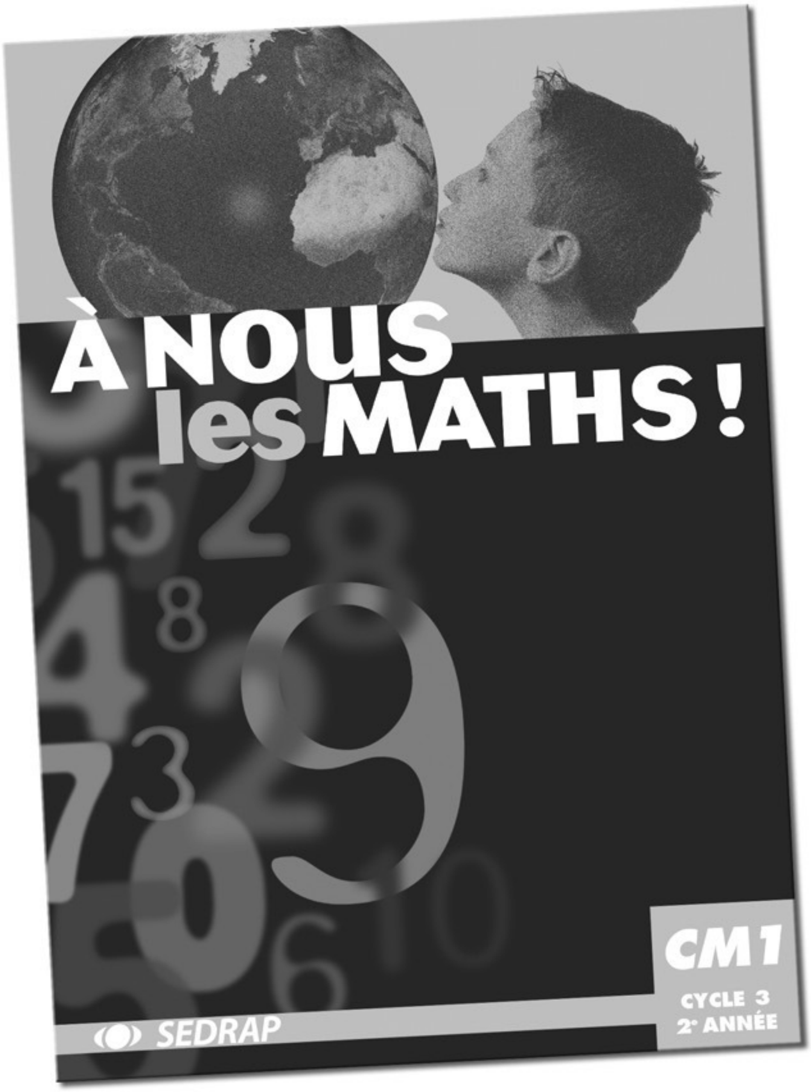
le GUIDE

ANALYSES • CONSEILS • PROLONGEMENTS



les CORRIGÉS

TOUS LES EXERCICES DU LIVRE CORRIGÉS
40 FICHES AUTOCORRECTIONS
PIÈCES ET BILLETS EN EUROS À PHOTOCOPIER

les ÉVALUATIONS

12 FICHES À PHOTOCOPIER

Directeurs d'édition ***Serge Boëche • Patrick Beyria***
Conseillère scientifique ***Janine Duverneuil, professeur d'IUFM***
Auteurs ***Françoise Bellanger, maître formateur***
François Corneille, maître formateur
Marcel Pineau, conseiller pédagogique
Yves Mole, conseiller pédagogique

ISBN 2-84117-365-8

9 782841 173655

Éditions SEDRAP – Société d'Édition et de Diffusion pour la Recherche et l'Action Pédagogique
9, rue des Frères-Boudé – BP 1365 – 31106 TOULOUSE Cedex – www.sedrap.fr

Sommaire

Enseigner les mathématiques au CM 1

Les contenus mathématiques au CM 1

La masse horaire impartie aux mathématiques est importante : 5 h 30 hebdomadaires ! Mais la charge de travail est immense.

Nombres et calcul

Grâce en particulier à l'usage de la calculatrice, la taille des **nombres** traités est plus importante. On peut sortir du cadre des nombres familiers pour approfondir les acquis de **numération** et des relations entre les nombres telles que multiples et diviseurs. Les nombres décimaux, vus comme fractions particulières (les fractions décimales), enrichissent l'ensemble des entiers naturels. Ils nécessitent la mise en place de nouvelles règles (de comparaison, de calcul) qui sont différentes de celles connues sur les entiers. Ce travail sera poursuivi au collège.

Le CE 2 a structuré les apprentissages de la soustraction et de la multiplication vues au CE 1. Le CM 1, en reprenant ces opérations, formalise la division. Mais la variété des cas où cette notion est nécessaire, la complexité de la conduite des calculs restent des obstacles pour beaucoup d'élèves. Les programmes insistent bien sur le fait qu'on n'attend pas des élèves des prouesses dans des **calculs** longs et sophistiqués, mais la plupart des difficultés dans les calculs sont imputables à une trop faible connaissance de la numération. Pourtant, des calculs d'estimation où la priorité est l'ordre de grandeur pourraientsouvent suffire. Actuellement, ce n'est pas une démarche courante chez la plupart des élèves. On peut le regretter et penser que ces pratiques favorisant l'usage des calculatrices allié au calcul mental pourraient être un élément de réponse. Le collège complétera les apports sur la multiplication en traitant le produit de deux décimaux, et sur la division quand dividende et diviseur sont des décimaux. Il structurera la notion de quotient exact quels que soient les dividende et diviseur.

La **proportionnalité** est omniprésente dans le monde des mathématiques. À l'école, par sa proximité de sens avec un aspect de la multiplication, elle est rencontrée très tôt. En effet, « Combien coûtent 7 kg de pommes à 3 € le kg ? » rend compte de la proportionnalité entre des masses de pommes et leur prix. Elle relève de la multiplication tant que les questions sont résolues par un calcul simple de produit. Cette situation relève de la proportionnalité dans le cas où l'énoncé devient « 7 kg de pommes ont coûté 21 €. Combien coûteraient 14 kg ? ». Les élèves de CE 2 comme de CM 1 peuvent la traiter parce qu'elle est donnée dans un contexte qui a du sens. La formalisation par ses propriétés, dites de linéarité, est accessible dès le CM 1. Par contre, même au CM 2, la mise en avant d'un coefficient de proportionnalité ne peut être considérée que comme à ses débuts. Avant d'atteindre son statut de nombre à part entière – celui qui caractérise la relation de proportionnalité – il reste, pour des enfants de 9-10 ans, le prix à l'unité, le poids à l'unité, c'est-à-dire un nombre attaché à une grandeur. Le collège prendra en charge cette notion jusqu'à sa formalisation algébrique en classe de troisième.

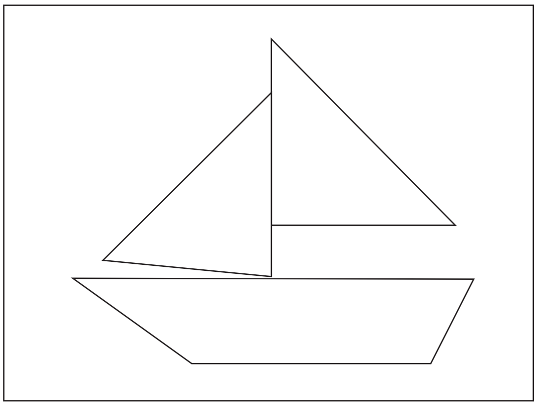
Géométrie

La **géométrie** à l'école recouvre à la fois des organisations du **plan** et de l'**espace**, l'étude de propriétés pour des formes particulières, et une analyse en termes de transformation par l'étude de la **symétrie axiale** en particulier. Le cycle 3 a pour vocation d'entraîner les élèves au maniement de la règle, de l'équerre et du compas, pour construire avec soin des figures et les analyser.

L'usage de calque et de gabarits sera complété par le recours à des mesures. L'essentiel des activités repose sur des manipulations d'objets particuliers à qui on donne le statut d'objets géométriques. Le passage de ces objets physiques, qui ont une fonction d'usage, à des objets géométriques, les figures, qui ont des propriétés formelles, est un des enjeux de l'enseignement du cycle 3. Ce n'est pas aussi simple qu'il y paraît, car la perception de la figure tend à la figer dans un statut unique.

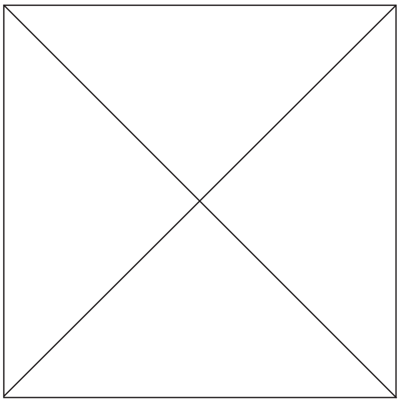
Enseigner les mathématiques au CM 1

Dans l'exemple que voici, un élève aura peu de raisons de parler de trapèze, triangle, triangle rectangle, droites parallèles ou droites perpendiculaires, alors que la représentation invite à considérer plus le statut de dessin d'un bateau que le statut de figure géométrique.



En cela, donner trop de dessins figuratifs pour faire de la géométrie ne nous paraît pas toujours opportun, parfois même déconseillé.

Une autre difficulté toujours liée à la perception est l'analyse de figures complexes. En effet, il faut être capable de changer de point de vue sur la figure pour choisir le plus pertinent.



Ainsi, la figure ci-contre peut être vue comme un carré et ses deux diagonales, mais aussi comme quatre triangles rectangles, ou encore comme résultant d'un triangle rectangle initial qu'on a fait tourner chaque fois d'un quart de tour.

Les élèves s'arrêtent en général à un point de vue et un seul : s'ils « voient » quatre triangles, ils « ne voient plus » le carré.

Pour aller vers des préoccupations de nature géométrique, le langage spécifique sera sans cesse sollicité. Au CM 1, quelques marques caractérisant des propriétés de la figure seront notées (angles droits, nom des points utiles à l'étude pour noter les segments de même mesure, par exemple). La demande de **tracés à main levée** correspond à cette préoccupation. L'exercice « tracez un cercle et deux diamètres (perpendiculaires ou non) » fait avec règle et compas conduit à une figure correcte où la propriété de centre du cercle « se voit », sans qu'il soit besoin de le désigner. Le même exercice « à main levée » pousse à marquer l'isométrie des rayons et même donner un nom au centre car perceptivement, il n'est pas « vu » en tant que tel. « À main levée, tracez un carré, doublez ses dimensions et comparez les aires des deux figures » prépare cette idée non naturelle : « Quand on double les dimensions, l'aire est multipliée non par 2, mais par 4. » Les tracés à main levée, en centrant l'attention sur l'objet idéal qu'on veut obtenir, poussent à un regard géométrique.

Mesures

Les **activités de mesure** sont un champ privilégié parce qu'elles sont une façon usuelle de donner sens aux situations proposées. Les calculs portant sur les grandeurs simples telles que **longueur**, **masse**, **capacité** et **prix** donnent lieu à des structurations mises au profit d'un retour sur la numération grâce au système métrique. Les calculs sur les durées, en s'opposant à ce système, renforcent encore la numération de position. Parmi les « grandeurs-produit », seule l'aire fait l'objet d'un travail systématique. Il sera poursuivi au collège.

« À nous les maths ! » propose la pratique systématique de l'**euro**. La difficulté nouvelle est évidente : les nombres à manipuler seront souvent exprimés par des nombres décimaux. Mais comme il a été dit précédemment, il ne s'agit pas d'entrer dans des calculs sophistiqués, mais plus précisément d'utiliser la recherche d'**approximation** et d'**estimation**.

Enseigner les mathématiques au CM 1

Les activités à l'oral comme à l'écrit doivent développer des **compétences techniques** tout aussi bien que des **compétences de raisonnement**. Elles peuvent aussi servir à une **évaluation**. Dans tous les cas, les élèves doivent comprendre ce qu'on attend d'eux.

En mathématiques, c'est sous le terme générique « **problème** » que ces activités sont regroupées. Or, la variété des présentations, la diversité des objectifs que peut lui assigner l'enseignant, selon le moment de l'année, ne rendent pas facile le décodage de sa fonction pour les élèves. Les pages suivantes développeront ces aspects. Par contre, du fait de sa présence constante dans les devoirs, les examens et les concours, qui vont jalonner les études des élèves, le prendre en charge dans sa complexité est un impératif du cycle des approfondissements.

Au CM 1, les formes de travail sont variées. Un développement de l'autonomie des élèves passe par des organisations différenciées.

Une recherche peut être démarrée collectivement, demander un temps de développement individuel ou en petits groupes, mais se conclut par une mise en commun organisée par l'enseignant. Il met à profit ce qui est exposé pour solliciter des explications, des justifications ou critiques et pour structurer des connaissances sur des points de contenu et/ou sur des points de méthode, de validité des arguments.

Un choix approprié d'exercices d'entraînement peut différencier des groupes d'élèves. La courte mise en commun des plus significatifs permet de les porter à la connaissance de tous, sans alourdir la charge de travail.

Au fur et à mesure de l'avancée dans l'année, l'enseignant sera à même d'exiger une activité écrite plus importante. La possibilité de revenir sur des traces écrites organisées sur un cahier est à la fois un outil pour l'élève, un moyen pour l'enseignant de s'assurer objectivement de la consistance des domaines travaillés et une liaison pour que la famille suive ce qui est fait. Il n'est pas ici question de recopier des modèles, mais de **demander aux élèves, sous leur responsabilité, de restituer par écrit la trame d'un calcul** qui a été fait puis corrigé ou repris en commun. De même, à l'occasion de la résolution d'un problème, la recherche et la mise en commun ayant été conduites avec des parties orales et d'autres écrites, il est nécessaire que les élèves, individuellement, s'astreignent à la mise au clair de ce qu'ils croient avoir compris. Dans la mesure où l'écrit est grand consommateur de temps, un équilibre reste à trouver pour ne pas pénaliser des élèves.

Pour l'avenir des études mathématiques de la plupart des élèves, les enseignements dispensés au cycle des approfondissements sont déterminants. Du rapport positif que l'élève va créer avec les notions étudiées dépend son investissement dans les activités qui lui sont proposées. Nous allons voir, à l'aide de quelques résultats issus des évaluations nationales, que les conditions optimales de réussite de tous ne sont pas à ce jour véritablement en place. « À nous les maths ! » voudrait vous permettre de mieux gérer cet enjeu.

Enseigner les mathématiques au CM 1

Quelques résultats issus des évaluations nationales

Depuis plusieurs années, le dispositif d'évaluation nationale portant sur le français et les mathématiques permet d'avoir un état des connaissances des élèves en fin de cycle 2 et en fin de cycle 3. Les analyses des divers items de l'évaluation du cycle des approfondissements sont regroupées en trois familles pour le français (compréhension, connaissance et maîtrise du code, production de texte) et en cinq familles pour les mathématiques (numération et écriture des nombres, techniques opératoires, problèmes numériques, figures géométriques et mesures, traitement de l'information).

Toutes les données figurant dans les tableaux 1, 2 et 3 sont issues d'études dans divers collèges de la région toulousaine en 1998. Celles figurant dans les tableaux 4 et 5 sont issues d'études sur deux circonscriptions. Les nombres moyens obtenus ne sont en aucune façon à prendre comme norme, mais indiquent des tendances. Ils ne sont là que pour soutenir l'analyse. Pour plus de lisibilité, le total est chaque fois ramené à 100.

Tableau 1, croisant les réussites aux deux champs

Résolution de problèmes numériques et numération et nombre

résolution de problèmes numériques ➟ numération et nombre ⇣	nombre de réussites inférieures à 50 %	nombre de réussites comprises entre 50 % et 75 %	nombre de réussites supérieures ou égales à 75 %
nombre de réussites inférieures à 50 %	14	2	
nombre de réussites comprises entre 50 % et 75 %	13	1	2
nombre de réussites supérieures ou égales à 75 %	24	22	22

Tableau 2, croisant les réussites aux deux champs

Résolution de problèmes numériques et compréhension (en français)

résolution de problèmes numériques ➟ compréhension ⇣	nombre de réussites inférieures à 50 %	nombre de réussites comprises entre 50 % et 75 %	nombre de réussites supérieures ou égales à 75 %
nombre de réussites inférieures à 50 %	7	1	
nombre de réussites comprises entre 50 % et 75 %	25	8	5
nombre de réussites supérieures ou égales à 75 %	19	16	19

Tableau 3, croisant les réussites aux deux champs

Traitement de l'information (en maths) et compréhension (en français)

résolution de problèmes numériques ➟ numération et nombre ⇣	nombre de réussites inférieures à 50 %	nombre de réussites comprises entre 50 % et 75 %	nombre de réussites supérieures ou égales à 75 %
nombre de réussites inférieures à 50 %	6	2	
nombre de réussites comprises entre 50 % et 75 %	15	16	7
nombre de réussites supérieures ou égales à 75 %	8	23	23

Enseigner les mathématiques au CM 1

L'évaluation de fin de cycle 3

La réussite aux items classés dans le champ « **compréhension** » observe les compétences telles que :
– tirer des informations présentes dans le texte ;
– comprendre l'enchaînement des phrases ;
– construire des informations sur le texte ;
– traiter les informations d'un tableau de données.

La réussite aux items de « **résolution de problèmes numériques** » et de « **traitement de l'information** » mesurent en particulier la capacité à :
– passer d'un langage à l'autre ;
– organiser une démarche ;
– donner du sens à un résultat ou le justifier ;
– produire un texte, un tableau, un graphique.

La réussite aux items de « **numération** » et « **écriture des nombres** » évalue, entre autres, la capacité à :
– effectuer un calcul avec ou sans parenthèses ;
– placer, lire, intercaler des nombres entiers ou décimaux sur une droite graduée ;
– évaluer un ordre de grandeur ;
– effectuer les trois opérations (+, –, x) posées ou en ligne ;
– effectuer une division euclidienne simple ;
– effectuer mentalement des opérations simples ;
– effectuer une multiplication ou une division par 10, 100, 1 000.

Des résultats de fin de cycle 3 qui portent à réfléchir

À propos du tableau 1

Deux éléments peuvent être retenus :

– Aucun élève n'a une bonne réussite en « résolution de problèmes numériques » s'il n'a pas des connaissances sur « numération et nombres ». C'est une évidence !

– Sur 68 élèves (24 + 22 + 22), connaissant correctement le domaine numérique, à peine 22 réussissent bien en résolution de problèmes numériques. Ce résultat est bien connu des enseignants ! Et cependant, nous pouvons nous interroger sur les difficultés que peuvent bien avoir les élèves de cette tranche d'âge à appliquer un modèle de résolution adapté à une situation somme toute peu complexe !

À propos des tableaux 2 et 3

Il serait légitime de penser que des élèves qui ont une réussite aux items dits « de compréhension » en français investissent aussi cette capacité dans les activités de « résolution de problèmes » et « traitement de l'information » en mathématiques. Or, les tableaux 2 et 3 montrent clairement qu'il n'en est rien :

– Sur 54 élèves, qui ont 75 % (ou plus) d'items réussis dans le champ compréhension, seuls 19 réussissent en « résolution de problèmes numériques » et 23 en « traitement de l'information » ! Dans les deux cas, moins de la moitié !

Or, des élèves qui ont plus de 75 % de réussite dans ces items de « compréhension » ne peuvent être considérés comme incapables de comprendre la demande formulée dans un problème numérique, surtout quand les calculs ne font pas obstacle.

Tableau 4, croisant les réussites aux deux champs

Problèmes à données numériques et travaux numériques

résolution de problèmes numériques ➞ numération et nombre ⬇	nombre de réussites inférieures à 50 %	nombre de réussites comprises entre 50 % et 75 %	nombre de réussites supérieures ou égales à 75 %
nombre de réussites inférieures à 50 %	6	2	
nombre de réussites comprises entre 50 % et 75 %	15	16	7
nombre de réussites supérieures ou égales à 75 %	8	23	23

Tableau 5, croisant les réussites aux deux champs

Problèmes à données numériques et compréhension (en français)

résolution de problèmes numériques ➞ numération et nombre ⬇	nombre de réussites inférieures à 50 %	nombre de réussites comprises entre 50 % et 75 %	nombre de réussites supérieures ou égales à 75 %
nombre de réussites inférieures à 50 %	6	2	
nombre de réussites comprises entre 50 % et 75 %	15	16	7
nombre de réussites supérieures ou égales à 75 %	8	23	23

L’évaluation de fin de cycle 2

La réussite aux items classés dans le champ « **compréhension** » observe les compétences telles que :
– repérer et identifier des ouvrages appartenant à des domaines textuels différents ;
– comprendre et savoir appliquer des consignes ;
– comprendre un texte et montrer qu’on l’a compris ;
– donner après lecture des renseignements ponctuels sur le texte ;
– retrouver l’organisation générale d’un texte simple.

La réussite aux items de « **résolution de problèmes numériques** » mesure la capacité à :
– lire ou remplir un tableau à double entrée ;
– exploiter un document brut ;
– résoudre un petit problème ;
– effectuer un choix et le justifier.

La réussite aux items de « **travaux numériques** » évalue la capacité à :
– ranger des nombres ou les placer sur la droite numérique ;
– passer de l’écriture chiffrée à l’écriture en lettres et inversement ;
– effectuer des opérations (+, –, x) posées ou en ligne.

Enseigner les mathématiques au CM 1

Quelques comparaisons avec les tableaux de fin de cycle 3

Dans les tableaux 4 et 5, on peut noter la forte proportion d'élèves qui ont des scores supérieurs ou égaux à 50 % dans chacun des domaines. Les analyses au niveau national confirment cette tendance. « Rares sont les élèves dont les résultats tranchent d'une matière à l'autre.[1] »

Si on compare les tableaux 1 et 4 dans cette perspective, de 83 (14 + 5 + 22 + 42) franchissant le seuil de 50 % de réussite à la fois en résolution de problèmes numériques et en connaissances des nombres, on passe à 47 ! Presque un élève sur deux ne maintient pas son score. La réussite dans la partie technique (travaux numériques) est en baisse ; la réussite à la résolution de problèmes est en chute libre. Le rapprochement entre les tableaux 2 et 5 montre un glissement de même nature.

Les exigences du cycle 3 sont bien plus fortes que celles du cycle 2, bien sûr.

Cependant, nous sommes persuadés qu'il n'est pas raisonnable de cautionner une baisse de la réussite dans les travaux numériques, sous prétexte qu'il y a trop de choses à savoir faire. « À nous les maths ! » vous propose un travail systématique en calcul mental, calcul machine et travaux rapides en géométrie pour entretenir et augmenter les connaissances des élèves.

En ce qui concerne la capacité à résoudre des problèmes, nous pensons qu'il n'est pas raisonnable de laisser au bord de la route tant d'élèves qui montrent par ailleurs leurs compétences dans les activités de compréhension et de raisonnement logique. Pour diverses raisons, ces élèves semblent se désintéresser des mathématiques. Il faut mettre en place une nouvelle conception des activités mathématiques. Là encore, « À nous les maths ! » vous propose une pratique qui se démarque des manuels courants.

L'importance des problèmes

Les **problèmes** sont le fondement reconnu de l'activité mathématique à tous les niveaux. Ils permettent aussi bien de s'exercer pour s'assurer d'une bonne compréhension de notions que de faire évoluer ses propres connaissances (on parle alors de problème pour apprendre). Ils demandent des compétences diverses qui passent par la compréhension de ce qui est demandé et par la reconnaissance d'au moins une façon de l'explorer en vue d'aboutir à une solution acceptable.

Selon le moment où l'enseignant propose un problème, il peut recouvrir l'une des trois fonctions majeures :

– Tester des **connaissances déjà là** : l'enseignant fait s'exercer l'élève sur un ou des domaines particuliers ; il peut aussi vouloir évaluer les connaissances acquises dans ces domaines. Nous distinguerons ici l'exercice du problème. L'exercice cherche à minimiser des difficultés qui pourraient être imputables à l'imbrication de plusieurs points de contenu en se centrant sur un élément notionnel bien repéré. Il évite les difficultés d'interprétation de la situation donnée en se présentant sous forme très laconique ; parfois même, il est dépourvu de contexte.

– Développer des **apprentissages d'ordre méthodologique** : en utilisant des notions mathématiques, l'enseignant veut développer des formes de raisonnement chez l'élève. L'enseignant dans cet esprit peut se fixer de faire trier des données, organiser des informations, enchaîner des calculs, trouver des représentations adaptées (tableaux, graphiques). Il peut souhaiter faire critiquer des propositions

1. D.E.P., note d'information portant sur l'analyse de l'évaluation en mathématiques à l'entrée du CE 2, 1997.

Enseigner les mathématiques au CM 1

de solutions ou faire planifier une démarche, ou encore faire produire une rédaction de solution. Il peut vouloir déconditionner l'élève de l'idée que tout problème a une solution en proposant des problèmes impossibles, ou à plusieurs solutions… Dans ce type de problème, les connaissances notionnelles sont supposées maîtrisées, l'enjeu est de mobiliser son esprit dans une sorte de défi intellectuel.

– Servir à **introduire une notion** : l'enseignant propose un problème qui va mettre en évidence l'insuffisance des connaissances actuelles de l'élève. Dans ce cas, l'enseignant va proposer un habillage accessible à tous les élèves afin que la compréhension du problème ne soit pas un obstacle et que le travail à fournir soit bien centré sur l'objet d'apprentissage. Ce type de problème, sans s'opposer formel-lement au précédent, met avant tout l'accent sur l'acquisition de nouvelles structures plus adaptées au traitement de la situation proposée que celle qu'en donnent la plupart des élèves à ce moment-là.

Même pour l'enseignant, la variété des attentes face à l'activité problème est toujours difficile à expliciter jusqu'au bout. On n'en comprend que mieux le désarroi des élèves pour répondre positivement aux demandes qui leur sont faites.

Les difficultés des élèves face à un problème

Nous pensons qu'il y a danger pour plus d'un élève sur trois de se trouver dans le cas suivant : installé dans l'habitude d'une non-réussite, son esprit s'éloigne peu à peu de tout désir de réussir dans cette discipline. Il peut tourner cet échec en dérision ou le subir, mais plus les études vont se dérouler, plus il accumulera de retard, alors que rien au départ ne le prédispose à être en échec en mathématiques. On peut penser que l'image que les élèves se font des mathématiques est déterminante très tôt, certainement durant le cycle 3 puisque les évaluations de fin de cycle 2 ne notent pas de différence sensible des réussites en mathématiques et en français à l'entrée au CE 2, alors que celles du cycle 3 la font apparaître fortement.

Le **rôle des enseignants** est de veiller à rendre positive cette image en développant des activités variées qui mobilisent l'intérêt des élèves. Les activités de calcul mental, calcul machine, estimation rapide d'un résultat, tracés à main levée peuvent y contribuer. La mise en situation de recherche pour apprendre des connaissances numériques aussi bien que géométriques est une proposition pour prendre en compte les connaissances déjà là des élèves avec leurs défauts et leurs limites. En sollicitant l'expression de leurs idées, les élèves se retrouvent considérés comme des sujets responsables, concernés par les apprentissages de l'école.

Or, pour un élève, tous les problèmes mathématiques ont un unique statut : il faut trouver la réponse qu'attend l'enseignant. L'habillage, fabriqué à partir d'un contexte supposé familier, veut servir d'accroche à une activité mathématique, mais il n'est qu'illusoire. En faisant trop peu de cas de la compréhension réelle que mettent des enfants de 8 ou 10 ans dans ces évocations, nous passons à côté de la compréhension réelle de la tâche à conduire. Les élèves savent qu'on attend d'eux non un récit ou un résumé, mais en général des calculs. Par conséquent, au lieu de s'évertuer à donner quelque consistance à l'objet du problème posé, ils se lancent pour la plupart dans une quête de la bonne opération à partir d'une sélection minimale d'indices, et cela même si aucun calcul n'est requis !

La mission de l'enseignant est de **définir avec les élèves un contrat d'apprentissage**.

Enseigner les mathématiques au CM 1

La place de l'erreur dans les apprentissages

L'erreur manifeste un état de savoir

Dans les interactions quotidiennes dans la classe, l'enseignant imagine en partie les représentations des élèves à un moment donné. Si, avant d'aborder une notion, il se fixe comme objectif prioritaire de repérer les conceptions des élèves par rapport à cette notion, il va construire des situations d'apprentissage qui les intègrent et les font évoluer. Ainsi, il ne réagit plus en termes de constat où l'erreur est une faute ou une fatalité, mais il fait une analyse dynamique. Si l'erreur vient d'une mauvaise perception de la demande, il est assez facile de réorienter l'élève vers ce qu'il y a à faire. S'il s'agit du modèle actuel du savoir de l'élève, c'est très souvent qu'il a utilisé une connaissance correcte dans un contexte non approprié. Dans ce dernier cas, l'élève ne peut être pénalisé pour procédure incorrecte.

Beaucoup de travaux récents montrent que c'est à partir de cet état d'**esprit réceptif par rapport à l'erreur** qu'il peut être possible de faire évoluer des connaissances. Mais ne nous cachons pas les contraintes de toutes sortes que rencontrent les enseignants. Souvent, pour des raisons non explicitées de « rentabilité à court terme d'un apprentissage », la fuite en avant vers de nouvelles acquisitions contribue à faire perdre pied à l'élève qui aurait eu besoin de plus de temps pour stabiliser des connaissances nouvelles. Pour le cycle 3, la cohérence de l'équipe pédagogique est un atout.

L'erreur est vécue négativement par les élèves

Il est d'usage depuis quelques années d'entendre chez les enseignants un discours qui rend positives les erreurs des élèves. Qu'en est-il, en fait, pour les élèves eux-mêmes ? Les quelques extraits qui suivent, venant d'élèves du cycle 3, renseignent tout à fait sur l'écart entre le désir bien réel de la part des professeurs d'intégrer ces erreurs dans les apprentissages et les **défenses développées par les élèves** face à elles.

« Je n'aime pas les erreurs de la classe. Quand je fais des erreurs, je me sens bête. »
« Je n'aime pas les erreurs. Je les hais. »
« Pour moi, une erreur, c'est un malheur… »
« L'erreur, pour moi, représente une faute qu'il ne faut pas faire. »
« C'est grave. Ça me fait pleurer. Je fais des erreurs d'orthographe et je me fais gronder par mes parents. »

Il faut donc que l'enseignant ne se contente pas de dire son point de vue sur le rôle des erreurs en classe, puisque tout le poids du fonctionnement social l'installe avec une signification morale et négative.

Pour un nouveau statut de l'erreur dans les apprentissages

Apprendre des mathématiques à l'école doit apparaître d'abord dans un **projet d'action** où l'**élève s'implique réellement**. Mettre les élèves en situation de recherche d'une solution à un problème est une façon tout à fait adaptée, à condition que le contrat de travail passé avec l'élève soit clairement posé : il doit chercher, ce qui ne veut pas dire trouver. L'enseignant ne peut dans ce cas précis exiger une réponse, solution du problème, mais il est en droit d'attendre de l'élève des éléments montrant sa volonté de trouver. Des représentations, des traces écrites de calculs, des explications prouvent alors cet engagement.

La **tâche de l'enseignant** est donc de proposer une réelle situation où les élèves vont avoir envie de s'investir, non pour répondre à l'attente présumée du professeur, mais plus profondément pour se mesurer au défi qui leur est proposé. Le point délicat se situe à cette articulation : l'enseignant veut faire acquérir des connaissances aux élèves, mais pour cela, au lieu d'annoncer son projet tel quel, il va élaborer un dispositif qui demande aux élèves de venir à bout d'une situation qui pose un problème.

Enseigner les mathématiques au CM 1

Les élèves vont faire des propositions d'action pour s'approcher d'un dénouement. Et ce sont précisément ces propositions qui sont l'objet du travail mathématique conjoint des élèves et du professeur. L'étude de la pertinence de ces propositions à base de calculs et de représentations donne lieu à des explications, des critiques, des justifications orales ou écrites. On ne peut plus parler d'erreur en tant que faute, mais de « proposition non adaptée ici parce que… », de « proposition correcte mais trop lourde », de « proposition qui s'appliquerait si… », de « proposition peut-être acceptable, mais pas assez explicite ». Cet écart entre une production proposée par un élève et son adéquation à la tâche demandée n'est plus une sanction morale. L'élève, en montrant son investissement, a rempli son contrat de travail ; il est réhabilité en tant que personne. S'il reçoit des indications sur la raison de non-recevabilité de sa proposition, il a une chance de réorganiser ce qu'il croyait avoir compris.

Mener de telles activités nécessite d'en mesurer les obstacles :
– un **travail préalable de compréhension** de ce qu'il y a à faire. Il nécessite du temps, qu'il faut savoir prendre (et non perdre !). Des reformulations, des échanges verbaux, une mise au point collective constituent des préalables à la phase de recherche ;
– des **aides** pour permettre le démarrage, pour attirer l'attention sur une difficulté, pour anticiper sur une estimation du résultat ; l'enseignant intervient sans pour autant faire à la place ;
– une **écoute** et une interprétation positive des origines des difficultés des élèves vont installer le climat de confiance nécessaire. L'enseignant peut ainsi mieux aider les élèves à construire de nouvelles connaissances à partir des modèles qui leur sont disponibles ;
– une **gestion du temps** : trop de temps fait dériver les recherches ; pas assez de temps ne laisse pas les idées se mettre en place.

Quelques principes à conserver

Non à une pédagogie de l'erreur

Il ne faudrait pas être à ce point persuadé de l'existence inéluctable d'erreurs pour les provoquer de façon détournée ou même les ériger en système ; le plus souvent, lorsqu'une erreur faite par quelques-uns est exploitée collectivement au tableau, ceux qui avaient fait une autre erreur n'en voient pas l'intérêt, ceux qui commençaient à accéder à une stabilisation de leurs nouveaux acquis sont alors perturbés.

Il s'agit davantage d'un état d'esprit qui remplace la connotation de faute attachée à ce terme par une relation positive vis-à-vis de celui qui la produit : en effet, l'erreur n'est que la manifestation visible de la non-pertinence du modèle utilisé.

Oui aux erreurs qui font avancer

Chacun d'entre nous fonctionne avec ses propres compétences et ses propres limites. Lorsqu'un résultat autre que celui attendu se produit, nous sommes en rupture momentanée de signification[1]. Pour aller au-delà, nous devons réajuster nos connaissances antérieures : une nouvelle déduction logique, la prise en compte d'un nouveau paramètre, ou du moins la non-généralité de ce que nous avions adopté comme loi sont les effets à tirer de l'expérience. L'histoire est remplie de ces erreurs écondes. En ce sens, elles sont incontournables et sont les seules garantes des progrès scientifiques[2]. Plus encore, ce sont elles qui permettent ensuite de comprendre les raisons qui ont poussé à formaliser telle ou telle notion.

1. PIAGET interprète chaque forme d'apprentissage comme une victoire remportée sur une perturbation de « l'équilibre » de l'individu.
2. C'est le point de vue de K. POPPER dans *La Logique de la découverte scientifique*, Payot, 1973.

Enseigner les mathématiques au CM 1

Que faire ?

L'apprentissage s'inscrit dans une problématique de changement qui provoque une déstabilisation. Sinon, pourquoi apprendre ? Les véritables apprentissages ne sont ni naturels, ni imposés de l'extérieur, ni limités aux tâtonnements liés aux expériences.

Celui qui apprend va produire des erreurs caractéristiques de ses connaissances antérieures et de sa compréhension actuelle de la situation ; ces erreurs sont non seulement autorisées, mais nécessaires pour prendre conscience de la réorganisation des savoirs qui est en cours ; elles créent un processus dynamique de rééquilibrage.

À l'école, l'enseignant – qui détient le savoir – doit organiser une progression pour que les situations proposées :
– aient du sens pour les élèves (entraînement, recherche, évaluation…),
– ne soient ni trop haut placées, ni trop pauvres,
– génèrent un questionnement vers l'enseignant ou le groupe d'élèves,
– fournissent en retour, à l'enseignant, le nouvel état des performances.

Pour **optimiser l'apprentissage, l'enseignant doit définir avec les élèves, le plus précisément possible, ce qu'il attend d'eux** ; il doit être prêt à réajuster ses situations en fonction de ce qu'il a relevé. Il a donc prévu au mieux les réponses possibles et préparé une parade pour éviter que des modèles erronés ne s'installent à son insu. Il utilise pour cela des matériels et des formes de travail variés. Cette façon de procéder nécessite de sa part une certaine créativité mais renforce sa qualification de professionnel de l'enseignement : il a une connaissance plus approfondie et plus rationnelle du domaine concerné et des techniques d'enseignement appropriées.

Conseils d'utilisation

Par séquence, nous entendons toujours séquence de sens et non un découpage par séance journalière.

Une présentation non linéaire par rapport au déroulement du travail dans l'année

Dans le souci de faire du manuel une référence pour l'élève, le choix des auteurs s'est arrêté, pour le cycle 3, à une forme privilégiant l'organisation des contenus au détriment d'une organisation chronologique. Ainsi, suivant en cela les textes des programmes et les présentations retenues pour les évaluations nationales de fin de cycles 2 et 3, c'est l'articulation selon trois grands champs d'application qui a été privilégiée : **travaux numériques, travaux géométriques, travaux sur les mesures**.
– Il est plus pertinent pour l'élève, comme pour l'enseignant, de rechercher ou faire rechercher des informations concernant la construction de triangles par exemple dans les pages « géométrie » plutôt que dans un calendrier des activités de l'année.
– C'est un moyen de rendre plus faciles les révisions et les reprises. On peut mesurer d'une séquence à l'autre l'objet précis de l'apprentissage.
– Enfin, cette présentation se veut aussi un contrat de travail entre l'enseignant et l'élève, conférant à ce dernier un certain niveau d'autonomie pour apprendre.

Le rôle des pages 1 et 2 de chaque séquence

Pour prendre en compte l'importance à accorder à la résolution de problèmes pour apprendre ou renforcer des notions, les auteurs ont choisi d'ancrer chacune des 40 séquences d'apprentissage dans des situations qui ont du sens pour l'élève. Et cela avec deux entrées complémentaires : une **nouvelle** et des **documents** qui occupent les deux premières pages.

La nouvelle

Elle met en scène toujours les mêmes personnages et se place sans équivoque hors de la réalité. C'est une façon d'éviter la confusion avec des situations que certains élèves investissent parfois comme des faits authentiques.

Il s'agit donc, pour eux, de comprendre l'histoire, d'en **dégager le problème posé et de chercher des pistes** permettant d'aller vers une solution. Il ne s'agit pas d'arriver à une solution parfaitement élaborée, mais bien au contraire de s'essayer à avancer vers la concrétisation de la demande. Le problème est en général posé par le personnage Oncle Eustache à Julien et Roxane. Le sage de l'histoire est facilement identifiable à l'adulte, tandis que les deux enfants permettent à chaque élève de se reconnaître.

Comme l'objectif est de **favoriser la prise de sens** sans perdre de vue la résolution de ce qui est demandé, une reformulation concise du problème est proposée dans un langage qui se rapproche des énoncés de problème, mais n'en fait apparaître que le questionnement. Nous pensons, en effet, que le genre d'écrit que constitue habituellement le problème de mathématique contribue à décourager les velléités de recherche de sens. Le problème à énoncé évite habituellement les redondances. Il privilégie les nombres au détriment de la description de la situation qui les justifie. Beaucoup de termes utilisés restent techniques : « l'un », « à chacun ». La mise en scène évoquée n'est qu'un prétexte où les seuls mots importants sont précisément ceux qui n'habillent pas l'histoire !

Conseils d'utilisation

Les quelques minutes passées à comprendre l'histoire laissent l'esprit des élèves entrer dans la problématique puisque l'objet premier n'est pas de « faire le problème ». Et cette maturation des idées, qui provoque une entrée positive dans la tâche, facilite le deuxième temps : celui de la recherche.

Cette recherche peut être envisagée par petits groupes ou comme activité individuelle, mais dans chaque cas, il importe que les élèves se mesurent à ce qui est demandé : ils doivent fournir une production. Même non achevées, c'est à partir des réalisations effectivement produites que l'enseignant va pouvoir apprécier l'état des connaissances déjà là, celles qui semblent encore trop peu ou pas disponibles, ou même comprendre la nature d'un contresens. Pendant cette phase, le professeur s'inscrit dans une relation d'aide, de relance de l'activité ; il prend acte des difficultés, des erreurs, sans pour autant mettre trop vite les élèves sur la voie que lui-même attend. **La phase de production d'une solution, quelle que soit sa consistance, est le premier moment observable de l'apprentissage**.

Les documents

Ils donnent lieu à un **questionnement**. Ils sont, d'une certaine façon, la preuve que les apprentissages de l'école ont une fonction hors de l'école. Ils permettent d'enrichir les points de vue sur des objets quotidiens dont la familiarité occulte en général l'analyse. Notons que leur richesse rendrait peu pertinente une exploitation exhaustive. Nous engageons les enseignants à n'en exploiter qu'une partie ; les autres pourront faire l'objet d'une exploitation locale ultérieure, donnant l'occasion d'associer diverses notions et de tisser des relations entre différents domaines. Ainsi, la présence de diverses cartes, de tableaux de population peuvent être repris en géographie, des données sur le système solaire, en sciences de la Vie et de la Terre, tandis que les reproductions de tableaux, de monuments ou de mosaïques peuvent faire l'objet d'un travail en expression plastique.

Ces deux premières pages de chaque séquence comportent deux encarts : **« Ce que je vais apprendre**… **»** et **« Ce que je dois retenir**… **»**. Exprimées en termes compréhensibles par l'élève, ces rubriques sont l'**engagement dans un contrat d'apprentissage**. Lus et analysés en début de séquence, ils permettent à chacun de situer les apprentissages liés aux différents moments et aux différentes activités proposées. La rubrique **« Ce que je dois retenir**… **»** peut être utilisée comme **synthèse de la séquence** et mémorisée. Elle peut également servir d'**aide** et d'**outil** à la réalisation des exercices qui suivent.

Les termes de ces rubriques peuvent paraître extrêmement réducteurs, car les objectifs d'enseignement ne sont jamais aussi élémentaires.

Outre le fait que ces rubriques sont proposées à la lecture et à la compréhension des élèves et pas seulement à l'enseignant, ce choix de simplification résulte d'un souci de clarification pour que les acteurs de la situation éducative ainsi définie se fixent des balises qui mobilisent leurs engagements réciproques.

Les activités rituelles de la deuxième page de chaque séquence

Qu'il s'agisse de calcul mental ou machine, ou d'activités de tracé à main levée, il nous paraît important d'inscrire dans les habitudes de la classe **une activité rituelle, située en début de chaque séance de mathématiques**. Notre façon de la concevoir lui fait prendre en charge plusieurs objectifs :
– une **fonction d'entretien** : par exemple, revoir périodiquement les tables de multiplication, choisir l'opération adaptée à la résolution de tel ou tel petit problème ;
– une **fonction de préparation** : par exemple, avant d'entreprendre la révision et l'approfondissement de la technique de la multiplication, faire énoncer à l'oral ou produire sur la machine une liste de multiples d'un nombre afin d'approcher au mieux un autre nombre, réviser les tables de multiplication, résoudre à l'oral ou à la machine des problèmes de division en utilisant des multiplications successives… ;

Conseils d'utilisation

– une **fonction de réflexion** : en confrontant diverses façons d'obtenir la réponse demandée, les élèves sont conduits à exprimer à l'oral des propriétés, des règles qui sont autant de formulations mathématiques obtenues presque naturellement. Dans ces activités rituelles, l'oral est privilégié pour énoncer des remarques d'ordre mathématique, pour expliciter un raisonnement.

Calcul mental

Les évaluations nationales des dernières années notent un certain **fléchissement** dans la connaissance des **calculs simples** et insistent sur l'intérêt de conduire des exercices réguliers pour « assurer aux élèves une parfaite maîtrise des résultats de base » et « favoriser chez les élèves le recours au calcul réfléchi lorsque celui-ci est pertinent »[1].

Tout **calcul** contient une part d'**automatismes** et une part de **réflexion**. Pour fixer les idées, on peut essayer de répartir les types d'activités de la façon suivante :

	CALCUL AUTOMATIQUE	CALCUL RÉFLÉCHI
CALCUL MENTAL	Les tables, La règle de multiplication par 10, 100, 1 000. La règle de division par 10, 100, 1 000. Ajouter 9, multiplier par 4, par 5…	Passer par des nombres « faciles ». Ordre de grandeur. Adapter sa stratégie en fonction des nombres en jeu, des calculs déjà faits.
CALCUL PAPIER-CRAYON	Les opérations posées en colonnes.	Utilisation des propriétés : liées à la numération, liées aux opérations.
CALCUL MACHINE	Usage élémentaire.	Préparation du calcul (utilisation des touches mémoires).

Calculer mentalement 7 + 4 ou 20 + 30 peut être automatisé, tandis que 37 + 24 va procéder par décomposition. (37 + 3 + 1 + 20) est du calcul réfléchi qui utilise les nombres « faciles » 40 (37 + 3) et 20. (30 + 20) + (7 + 4) utilise la numération et n'est pas sans rappeler la technique de l'opération posée en colonnes.

Calculer par écrit 27 + 128 + 43 peut se faire de façon automatique en posant l'opération en colonnes et en calculant dans l'ordre 7 + 8, 15 ; 15 + 3, 18, etc., ou bien toujours en posant l'opération en colonnes en appariant 7 et 3 pour passer par un nombre facile. Il faut développer la faculté de choisir le calcul qui semble le plus adapté à l'objet du travail.

1. Évaluation CE2-sixième ; Repères nationaux, ministère de l'Éducation nationale, de la Recherche et de la Technologie. Direction de la programmation et du développement ; juin 1998.

Conseils d'utilisation

Calcul machine

Les **calculatrices** sont maintenant bien intégrées par les professeurs de lycée et de collège sans que des problèmes liés au déficit de connaissance mathématique ne soient actuellement invoqués. Les enseignants des écoles, souvent sous la pression des parents, hésitent à introduire ces machines dans l'environnement quotidien des outils pour la classe…

Et pourtant… l'utilisation de la machine engage les élèves dans des défis de plus en plus complexes grâce à la rapidité de la réponse. Le réel travail pédagogique consiste à exiger des **traces écrites** pour pouvoir **justifier les arguments** qui seraient avancés.

Les troisième et quatrième pages

Elles sont d'une facture plus classique puisque consacrées presque exclusivement à des exercices et à la résolution de problèmes.

Les exercices

En effet, **tout apprentissage doit être structuré par des gammes d'exercices**. D'autres nombres, d'autres situations plus formelles permettent de revenir autrement sur ce qui paraît source de difficultés. Le champ d'application s'élargit.

Ces exercices de **structuration**, d'**entraînement**, de **consolidation** sont de complexités différentes et sollicitent l'attention, le raisonnement, l'application des notions mathématiques apprises lors de la séquence.

Les modes de réponses sont variés et l'élève est amené à utiliser différents types de représentation : écriture, tableaux, schémas, dessins…

Un bandeau vertical « Pour réaliser les exercices » propose des outils simples à la disposition des élèves pour la réalisation de un ou plusieurs exercices. Ils doivent permettre de conduire chaque élève à une réussite maximale : faire entrer chacun dans une dynamique de progrès est un des postulats de base de « À nous les maths ! ».

La rubrique « Vers la résolution de problèmes » de la quatrième page

Les auteurs ont choisi d'**intégrer les problèmes dans chaque séquence**… Dans la mesure où ils font partie d'une unité de sens, ils concernent en priorité la notion en cours d'apprentissage. Mais ce n'est pas toujours le cas. Par exemple, dans la mesure où à l'école, les problèmes de géométrie prêtent moins à développement que les problèmes numériques, certaines séquences de géométrie ne sont pas associées à des problèmes de géométrie.

Ils portent en eux les objectifs décrits plus haut, concernant les apprentissages d'ordre méthodologique. Ils se distinguent très fortement des exercices d'entraînement de la page 3 et du problème proposé par la nouvelle de la première page par le fait que l'élève va dans ce cas précis être confronté à une forme d'écrit de problème plus classique : des données, des questions. Son travail sera de proposer, à terme, une solution rédigée. C'est dire qu'après la recherche et l'obtention d'une réponse, son travail devra se compléter par l'écriture organisée de sa solution, éventuellement l'explication de ses choix. **Il est essentiel que tous les élèves soient confrontés à cette activité, car c'est elle qui prévaudra dans leurs études ultérieures, et ce, dès le collège**.

Conseils d'utilisation

Contratplus

Les **dernières pages du manuel** sont consacrées à un ensemble de situations nommées **Contratplus** qui sollicitent l'élève dans une tâche plus complexe, demandant la mise en œuvre d'outils mathématiques divers et variés.

Ces activités peuvent faire l'objet soit d'une production individuelle, soit d'une production de groupe restreint. Elles peuvent être utilisées à différentes périodes de l'année, chacune étant accompagnée des références aux séquences essentielles auxquelles elle renvoie.

Ces situations donnent l'occasion aux élèves de **parfaire leurs acquisitions** en s'exerçant à nouveau, souvent dans des **registres moins scolaires**.

Conseils d'utilisation

Le manuel est organisé de façon à consacrer 4 h à chaque unité de 4 pages.

À raison des 5 h 30 min de mathématiques hebdomadaires, il est possible de gérer les 40 séquences, de garder du temps pour exploiter la rubrique « Contratplus » et de prévoir un temps d'évaluation à partir des fiches présentes dans ce guide.

Activités rituelles

Comme leur nom l'indique, elles sont présentes à toutes les séances de mathématiques. La trame fournie dans le manuel doit permettre un travail court en durée, mais suffisamment répété pour favoriser aussi bien des automatismes que des échanges pour s'expliquer diverses façons de procéder.

Étude de la nouvelle et exploitation des pistes

Il nous paraît important de prendre suffisamment de temps pour traiter ces deux aspects. L'activité pédagogique peut s'articuler autour de quelques moments forts sollicitant différents types de comportements et de productions de la part des élèves.

Une phase de découverte de la nouvelle

L'enseignant propose une lecture individuelle du texte. Sans souci d'ordre mathématique dans un premier temps, chacun est invité à faire des **observations**, des **remarques**, à formuler des **interrogations**.

Nous pensons que ces quelques instants passés à lire et à comprendre le texte laissent l'esprit des élèves entrer dans une certaine problématique puisque, *a priori*, dans ce premier temps, il ne s'agit pas de faire des mathématiques. On peut penser que cette maturation des idées, les échanges qui peuvent apparaître provoquent une entrée positive et active dans le deuxième temps du déroulement de la séquence : celui de la recherche.

Une phase de recherche

Dans tous les cas, on exigera une **reformulation du problème** qu'il faut prendre en compte.

Il faut un certain temps de recherche (ni trop, ni trop peu) qui doit se concrétiser par une production écrite, mais non rédigée : une affiche, des traces sur un tableau, un brouillon. Sa fonction est de faire comprendre le chemin qui a été suivi.

Une phase d'analyse – compréhension

C'est à partir des différentes productions que débute la **comparaison des différents cheminements** et solutions : **comparaison des productions** des élèves de la classe, mais aussi comparaison des productions de la classe à celles de Roxane et de Julien proposées dans le guide.

Chacun peut **expliquer sa solution** et la façon dont il a opéré pour arriver jusqu'à elle. Ce moment donne prétexte à des échanges, les élèves étant amenés à expliquer, comparer, critiquer toujours dans un langage naturel. L'enseignant aide à valider les résultats et les stratégies adaptées.

Conseils d'utilisation

Ce moment essentiel a pour fonction de **provoquer le passage au langage mathématique**. On porte l'attention sur les objets mathématiques, sur les signes mathématiques utilisés. Il doit en outre contenir une grande partie, sinon la totalité, des éléments de l'apprentissage définis dans la rubrique « Ce que je dois retenir… ».

Une phase de validation

La reprise, le lendemain par exemple, est une façon de minimiser l'impact de la nouvelle au profit des productions.

Le rôle de l'enseignant devient essentiel : il anime la **réalisation d'une synthèse claire**, notée au tableau, lisible et compréhensible par l'ensemble des élèves et qui peut être une règle, le résumé de ce que l'on a appris.

Cette rédaction peut être mise en regard avec le contenu de la rubrique « Ce que je dois retenir… ». La comparaison doit permettre de déterminer les contenus mathématiques essentiels à mémoriser.

Une phase de consolidation et de transfert

Elle concerne la réalisation des exercices proposés dans les pages 3 et 4 de chaque séquence.

Une **activité de mise au propre**, même sommaire, sur le cahier, de un ou deux exercices est souhaitable.

Une phase d'évaluation

À intervalles réguliers il est possible d'**organiser des moments d'évaluation** dont le contenu peut être pris parmi les exercices proposés dans le guide.

Ces moments seront suivis au besoin de compléments ou de reprises.

Travail sur le problème

Dans l'esprit que nous défendons, il est important de procéder en deux temps.

– Une première séance a pour fonction de se préparer au problème, d'envisager en commun ou individuellement des pistes pour le résoudre.

– Une deuxième séance structure cette recherche et met en place une ou plusieurs solutions. L'élève prend à son compte la mise au propre sur le cahier de la solution qu'il croit avoir comprise. En ce sens, les **traces écrites** qui ne sont plus de la recopie informent objectivement l'enseignant sur ce qui est réellement resté pour chaque élève.

Conseils d'utilisation

Le guide du maître

Contenu pour chaque séquence

• Une partie concernant essentiellement la **conduite de la classe** et qui doit aider l'enseignant dans le travail de préparation : objectifs, déroulement de la séquence, exploitation des documents sont les éléments essentiels abordés. Ces rubriques proposent quelques pistes, mais laissent à chacun la possibilité d'exploiter l'ensemble des contenus du manuel selon sa pratique pédagogique, l'organisation de la classe adoptée et la population scolaire à laquelle il s'adresse.

• Une deuxième partie qui concerne l'**ensemble des corrigés** des exercices du manuel. Conçue comme aide aux enseignants, elle peut être utilisée comme fiche autocorrective dans une organisation de classe adaptée.

• Une fiche concernant les **productions de Roxane et de Julien** en réponse au problème posé dans la nouvelle. Le plus souvent conduites de façons très différentes, elles sont toujours correctes. Nos travaux et nos observations nous ont déterminés dans ce choix pour les raisons suivantes :

– Même si ce ne sont pas des modèles, elles ont un effet structurant pour montrer quels sont les points importants pour la notion en jeu. Dans la numération, ce sera par exemple la distinction « chiffre des » et « nombre de ». En géométrie, ce sera le choix d'instruments différents, la référence à des propriétés différentes. Il n'y a pas une bonne production et une moins bonne. Elles se veulent plutôt complémentaires. Mais nous gageons que des élèves se reconnaîtront plus dans l'une que dans l'autre, sans qu'il y ait unanimité ! C'est par cette discussion que l'apprentissage progressera.

– Sans vouloir polémiquer, nous pensons que l'apprentissage de la notion mathématique ne commence qu'après avoir « trouvé » une réponse à la demande de l'oncle Eustache. C'est dire que la phase de recherche ne prend son sens que par l'examen le plus approfondi possible des productions obtenues. On comprendra que les productions de Roxane et de Julien peuvent être facilement délaissées au profit de celles effectivement réalisées dans une classe, mais que, faute de mieux, elles peuvent constituer une référence.

Les évaluations

En fin de guide, l'enseignant trouvera un ensemble de situations dites d'évaluation qu'il pourra utiliser régulièrement. Afin d'en faciliter la pratique, elles font référence au contenu mathématique spécifique auquel elles renvoient.

Les grands nombres

manuel page 14

Objectifs

- Écrire les nombres en chiffres et en lettres.
- Différencier chiffre (par exemple chiffre représentant les unités, les dizaines, les centaines…) et nombre (par exemple nombre de dizaines, de centaines…) dans un nombre.

Préalables

- Écrire (sous forme de dictée) des nombres de 0 à 100.
- Rôle des zéros.
- Écriture (sous forme de dictée) des mots-nombres qui permettent d'écrire les nombres de 0 à 100.

Exploitation de la nouvelle et des productions des élèves

❶ Lecture de la nouvelle.
Phase découverte

❷ Résolution du problème posé : réponse à la question 1 de « Au cœur de la nouvelle » en utilisant les aides proposées. Confrontation à la difficulté mathématique.
Phase de tâtonnement – recherche

❸ Analyse collective des propositions des élèves : faire apparaître les similitudes et les différences ainsi que les outils mathématiques utilisés.

Il est possible de mettre en regard les productions des élèves avec celles de Roxane et de Julien proposées page ci-contre.

– Roxane écrit et lit les nombres successifs obtenus en ajoutant des zéros au chiffre 6 jusqu'à l'écriture et la lecture du nombre cité par Laura.

– Julien utilise un tableau de numération faisant apparaître les différentes classes.
Phase d'analyse – compréhension

❹ Lecture et analyse des conclusions rédigées par les élèves. On peut utiliser celle proposée à la suite des productions de Roxane et de Julien. Réponses aux questions 2 et 3 pour mettre à l'épreuve la conclusion retenue.
Phase de validation

❺ Exploitation des questions proposées dans la rubrique « Pour aller plus loin » du manuel et de celles faisant suite aux productions de Roxane et de Julien.
Phase de consolidation et de transfert

Exploitation des documents

Document A

Lecture d'un grand nombre écrit en lettres.

Faire apparaître les différentes classes :	milliards	millions	milliers	unités.
	1 000	000	000	000

Document B

Lecture de tableaux de nombres.

❶ On peut prolonger la question 1 en faisant écrire les nombres en dizaines de milliers, en centaines de milliers… pour une utilisation plus approfondie de la différence entre chiffre et nombre.

❷ France : 58 518 milliers.
Région PACA : 4 506 milliers.
Département des Bouches-du-Rhône 1 835 milliers.
Commune de Marseille : 798 milliers.

Document C

Lecture de grands nombres intégrés dans un texte et utilisation des écritures en chiffres et en lettres.

800 000 000 de téléspectateurs.

Cent vingt-cinq millions d'Américains.

À propos du… Calcul mental

Recherche de la centaine la plus proche.
Faire apparaître que jusqu'à 50, on choisit la centaine inférieure, et qu'au-delà de 50, on choisit la centaine supérieure.

Même exercice avec l'utilisation des milliers.

Les productions de Roxane et de Julien

Production de Roxane

A Je pose le 6 du nombre proposé.

B Je compte le nombre de zéros :
il y en a cinq.

C J'écris :
– 60 (avec 1 zéro) : se lit soixante ;
– 600 (avec 2 zéros) : se lit six cents ;
– 6 000 (avec 3 zéros) : se lit six mille ;
– 60 000 (avec 4 zéros) : se lit soixante mille ;
– 600 000 (avec 5 zéros) : se lit six cent mille.

Il y a donc six cent mille villages en Inde.

Production de Julien

A Je dispose ce grand nombre dans un tableau de numération :

classe des milliers			classe des unités		
c	d	u	c	d	u
6	0	0	0	0	0

600 est le nombre de milliers.

On lit six cent mille villages.

Conclusion

600 000 est un grand nombre.
Pour le lire, il est utile de regrouper les chiffres par 3.

Au cœur des solutions

❶ Que signifient les lettres « c », « d », « u » que l'on trouve dans le tableau de Julien ?

❷ Combien de centaines de villages y a-t-il dans 600 000 villages ?

❸ Place deux signes d'opération pour compléter l'égalité :

600 000 = 6 … 100 … 1 000.

Pour aller plus loin

❶ Combien y a-t-il de milliers d'habitants dans 900 000 000 ?

❷ Écris le nombre trouvé précédemment en lettres.

❸ Complète les égalités :

900 000 = 9 x … x 1 000 ;

900 000 = 9 x … x 10.

Corrigé des exercices

1

17 835 927 — 199 609 800

7	chiffre des unités de millions	**9**
17	nombre de millions	**199**
3	chiffre des dizaines de milliers	**0**
1 783	nombre de dizaines de milliers	**19 960**
178 359	nombre de centaines	**1 996 098**

2

3	**6**	5	8	**2**	**0**

trois cent soixante-**cinq** mille **huit** cent vingt

7	0	**0**	**0**	**6**	**0**

sept **cent** mille soixante

3	2	8	**1**	**0**	9	**0**	**0**

trente-**deux** millions **huit** cent dix mille **neuf** cents

3

108 200 000 : **cent huit millions deux cent mille**
142 900 : **cent quarante-deux mille neuf cents**
78 000 240 : **soixante-dix-huit millions deux cent quarante**
588 016 : **cinq cent quatre-vingt-huit mille seize**

5

huit
- cent – mille — **800 000 : huit cent mille**
- mille – cent — **8 100 : huit mille cent**

cent
- huit – mille — **108 000 : cent huit mille**
- mille – huit — **100 008 : cent mille huit**

mille
- huit – cent — **1 800 : mille huit cents**
- cent – huit — **1 108 : mille cent huit**

6

trente
- mille
  - cent – cinq — **30 105 : trente mille cent cinq**
  - cinq – cent — **30 500 : trente mille cinq cents**
- cinq — mille – cent — **35 100 : trente-cinq mille cent**

cent
- mille – trente – cinq — **100 035 : cent mille trente-cinq**
- trente – mille – cinq — **130 005 : cent trente mille cinq**
- cinq – mille – trente — **105 030 : cent cinq mille trente**

cinq
- mille – cent – trente — **5 130 : cinq mille cent trente**
- cent – mille – trente — **500 030 : cinq cent mille trente**
- cent – trente – mille — **530 000 : cinq cent trente mille**

mille
- cent – trente – cinq — **1 135 : mille cent trente-cinq**
- cinq – cent – trente — **1 530 : mille cinq cent trente**

Plus petit nombre : 1 135 – **113 dizaines**.

Plus grand nombre : 530 000 – **5 300 centaines**.

7

366 666 : trois cent soixante-six mille six cent soixante-six

4

0 — 500 000 — 1 000 000 — 5 000 000

17 825 — **605 116** — **988 681** — **4 830 012**

Corrigé des exercices
(suite)

8

Nombres dont le chiffre des centaines de milliers est 5 :
46 582 500 ; **6 505 351** ; **6 525 704.**

Nombres dont le nombre de centaines de milliers est 65 :
6 505 321 ; **6 525 704.**

9

999 + 100 000 = **100 999**
61 412 + 100 000 = **161 412**
555 400 + 100 000 = **655 400**
1 945 000 + 100 000 = **2 045 000**

10

22 372 205	568 321 x 39
22 649 833	14 347 237 + 8 024 968
22 167 808	346 372 x 64
22 941 128	34 729 207 – 12 079 374
22 164 519	6 278 492 + 16 662 636

11

30 513 + 41 785 + 2 586 = 74 884, soit 74 884 km^2
La superficie du Benelux est de 74 884 km^2.

Population :
– Belgique : **10 200 milliers d'habitants** ;
– Pays-Bas : **15 700 milliers d'habitants** ;
– Luxembourg : **410 milliers d'habitants**.

Vers la résolution de problèmes

1/ Chaque mois, le papa de Roxane note le kilométrage de sa voiture.
janvier : 074 825
février : 076 781
mars : 079 206
avril : 084 538

a) Calcule le kilométrage parcouru durant les quatre mois.
84 538 – 74 825 = 9 713, soit 9 713 km
Le papa de Roxane a parcouru 9 713 km durant les quatre mois.

b) Calcule les distances parcourues durant les périodes janvier-février, février-mars, mars-avril.
76 781 – 74 825 = 1 956, soit 1 956 km
La distance parcourue durant la période janvier-février est : 1 956 km.
79 206 – 76 781 = 2 425, soit 2 425 km
La distance parcourue durant la période février-mars est : 2 425 km.
84 538 – 79 206 = 5 332, soit 5 332 km
La distance parcourue durant la période mars-avril est : 5 332 km.

2/ Exemple :
Combien de fois la voiture a-t-elle parcouru la distance correspondant au diamètre de la Terre ?
12 800 x … = 128 000
12 800 x 10 = 128 000
La voiture a parcouru 10 fois la distance correspondant au diamètre de la Terre.

Les angles

manuel page 120

Objectifs

- **Par manipulation, trouver des angles superposables.**
- **Reconnaître qu'un angle est plus grand qu'un autre.**
- **Connaître quelques mesures d'angle : un angle droit ; la moitié d'un angle droit ; le tiers d'un angle droit…**
- **Identifier un angle aigu, un angle obtus.**

Préalables

- **Identifier des angles dans son environnement, en suivre les côtés.**
- **Les comparer à l'angle droit de l'équerre : plus grand, plus petit.**

À propos des… Tracés

Valider quelques productions collectivement. Comparer.

Exploitation de la nouvelle et des productions des élèves

❶ Lecture de la nouvelle. Construire les différents gabarits proposés.
Phase découverte

❷ Résolution du problème posé : réponse à la deuxième partie de la question 1 de la rubrique « Au cœur de la nouvelle » en utilisant les aides proposées.
Phase de tâtonnement – recherche

❸ Analyse des productions des élèves : faire apparaître les similitudes et les différences ainsi que les outils mathématiques utilisés.

Il est possible de mettre en regard les productions des élèves avec celles de Roxane et de Julien proposées page ci-contre.

– Roxane prend chaque triangle et essaie les différents gabarits. Sa démarche lui permet de trouver une solution pour les angles des triangles 3 et 4 qui ne correspondent pas à un seul gabarit.

– Julien expérimente chaque gabarit, l'un après l'autre, en les essayant sur les quatre figures. Sa démarche ne lui permet pas de couvrir la totalité des angles de toutes les figures.
Phase d'analyse – compréhension

❹ Lecture et analyse des conclusions rédigées par les élèves. On peut utiliser celle proposée à la suite des productions de Roxane et de Julien.

Faire apparaître : deux angles ont la même mesure s'ils se superposent exactement quelle que soit la longueur de leurs côtés.
Phase de validation

❺ Exploitation des questions proposées dans la rubrique « Pour aller plus loin » du manuel et de celles faisant suite aux productions de Roxane et de Julien.
Phase de consolidation et de transfert

Exploitation des documents

Document A

Activité de manipulation.
Les 3 angles sont égaux. C'est le gabarit vert qui les recouvre.

Document B

Activité de production individuelle.
Proposer de réaliser le schéma en utilisant les gabarits construits précédemment.

Document C

ⓐ se recouvre avec le gabarit jaune (angle droit).

Angles plus grands que l'angle droit : tous ceux qui ne sont pas complètement recouverts par le gabarit jaune : ⓒ ; ⓓ ; ⓕ (c'est un angle qui mesure deux fois l'angle droit).

Angles plus petits que l'angle droit : ⓑ ; ⓔ.

Document D

❶ 3 h : gabarit jaune
4 h : gabarit jaune + gabarit orange
18 h : 2 gabarits jaunes.
5 h : gabarit jaune + gabarit vert.

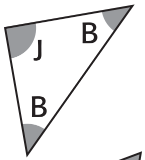
❷ Activité de production individuelle. Valider quelques propositions collectivement.

Les productions de Roxane et de Julien

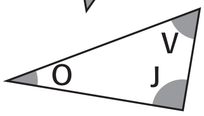
Production de Roxane

A Je décalque les différents gabarits, je les découpe et je les colorie.
Pour chaque triangle, j'essaie les différents gabarits.

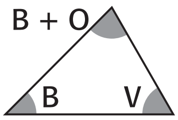
B Les gabarits jaune et bleu conviennent.
Le gabarit orange est trop petit.
Le gabarit vert est trop grand pour les deux plus petits angles.



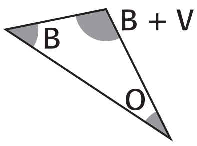
C Les gabarits jaune, orange, vert conviennent.
Le gabarit bleu ne convient pas.



D Les gabarits vert et bleu conviennent.
Aucun gabarit ne convient pour le 3e angle.
Mais en mettant les gabarits bleu et orange côte à côte, je couvre exactement ce 3e angle.



E Les gabarits bleu et orange conviennent.
Aucun gabarit ne convient pour le 3e angle.
Mais en mettant côte à côte les gabarits bleu et vert, je couvre exactement ce 3e angle.



Au cœur des solutions

❶ Compare les productions de Roxane et de Julien.
Quelle est la principale différence ?

❷ Compare ta production à celles de Roxane et de Julien.
Note ce qui est identique et ce qui est différent.

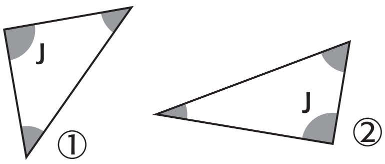
Pour aller plus loin

❶ Construis un triangle dont les trois côtés mesurent 5 cm.
Cherche le ou les gabarit(s) qui habille(nt) chaque coin de ce triangle.
Que remarques-tu ?

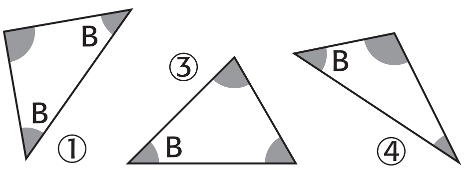
Production de Julien

A Je décalque les 4 gabarits, je les colorie et je les découpe.
Je prends chaque gabarit et je les essaie sur les 4 triangles :

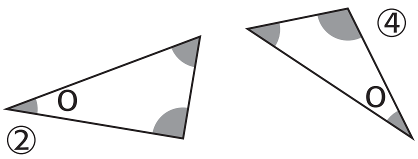
B Le gabarit jaune convient :



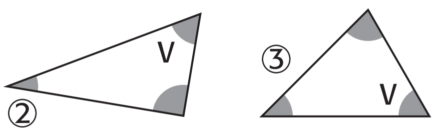
C Le gabarit bleu convient :



D Le gabarit orange convient :



E Le gabarit vert convient :



Conclusion

On peut recouvrir les angles d'un triangle avec différents gabarits.
Si deux angles se superposent (les côtés se chevauchent exactement), ils ont la même valeur.

Corrigé des exercices

1

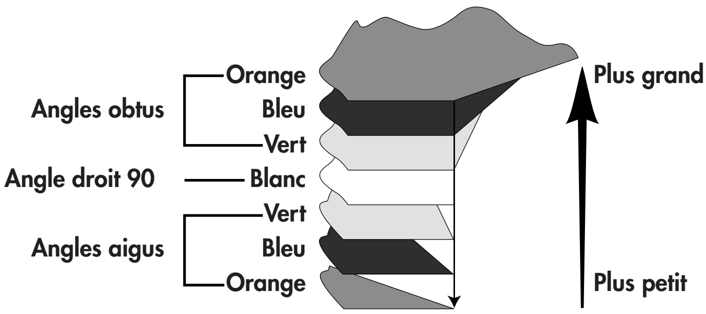
① et Â ;
② et Ê.

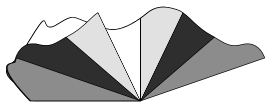
2

figures	angles utilisés
a	① ②
b	②
c	① ②

3

Activité de production individuelle.





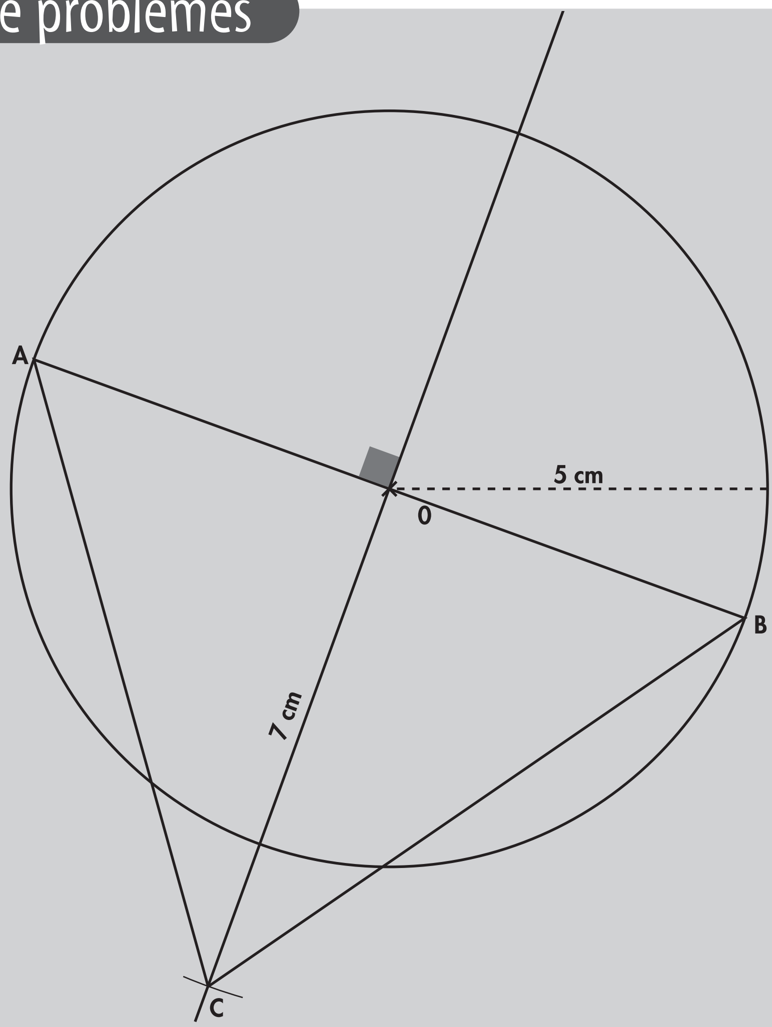
4

Du plus obtus au plus aigu.
$\hat{F}$; $\hat{E}$; $\hat{C}$; $\hat{A}$; $\hat{B}$; $\hat{D}$

Vers la résolution de problèmes

AC = BC = 8,6 cm.

AC et BC sont des segments de même mesure.



Calculer un périmètre

manuel page 146

Objectifs

- **Connaître la définition du périmètre.**
- **Savoir calculer le périmètre de quelques polygones quelconques et de quelques polygones réguliers.**

Préalables

- **Utiliser la règle graduée et le compas dans des situations de mesure diverses.**
- **Manipuler les unités de longueur et effectuer quelques conversions.**

Exploitation de la nouvelle et des productions des élèves

❶ Lecture de la nouvelle. Réponse à la question 1 de la rubrique « Au cœur de la nouvelle ».
Phase découverte

❷ Résolution du problème posé : réponse à la question 2 en utilisant les aides proposées. Confrontation à la difficulté mathématique.
Phase de tâtonnement – recherche

❸ Analyse des productions des élèves : faire apparaître les similitudes et les différences ainsi que les outils mathématiques utilisés.

Il est possible de mettre en regard les productions des élèves avec celles de Roxane et de Julien proposées page ci-contre.

– Roxane calcule les périmètres des deux salles en additionnant les différentes longueurs des murs.

– Julien calcule le périmètre de la salle avant travaux en utilisant la formule : P = (L x l) x 2.

Il calcule le périmètre de la salle après travaux en ajoutant les dimensions des deux nouveaux murs construits.
Phase d'analyse – compréhension

❹ lecture et analyse des conclusions rédigées par les élèves. On peut utiliser celle proposée à la suite des productions de Roxane et de Julien.

Faire apparaître que pour mesurer un périmètre, on mesure la longueur du contour de la figure fermée.
Phase de validation

❺ Exploitation des questions proposées dans la rubrique « Pour aller plus loin » du manuel et de celles faisant suite aux productions de Roxane et de Julien.
Phase de consolidation et de transfert

Exploitation des documents

Document A

Lecture de représentations schématiques.

Modèle 2 places : P = (205 x 2) + 145 + 110 = 665, soit 665 cm ou 6,65 m.

Modèle 3 places : P = (210 + 170) x 2 = 760, soit 760 cm ou 7,60 m.

Document B

❶ La définition géométrique du mot périmètre est la définition 2.

❷ On peut utiliser le sens 1 chez l'oculiste et le sens 2 quand il s'agit de délimiter un lieu (par exemple le lieu d'un accident avec des bandes fluorescentes).

Document C

Lecture d'un plan.

❶ L = 100 m ; l = 50 m ;
P = (L + l) x 2 = (100 + 50) x 2 = 300, soit 300 m.

❷ Surface de but :
L = 18,32 m ; l = 5,50 m ;
P = (18,32 + 5,50) x 2 = 47,64, soit 47,64 m.

❸ Surface de réparation :
L = 40,32 m ; l = 16,50 m ;
P = (40,32 + 16,50) x 2 = 113,64, soit 113,64 m.

À propos du… CALCUL MENTAL

Multiplier et diviser un nombre par 25.

– Réaliser collectivement l'exemple proposé.

– Faire expliciter oralement, à partir de quelques réalisations, les calculs effectués.

Les productions de Roxane et de Julien

Production de Roxane

Pour calculer un périmètre, on mesure la longueur du contour d'un figure fermée.

A Périmètre de la salle avant les travaux :
12 m + 6 m + 12 m + 6 m = 36 m

B Périmètre de la salle après les travaux :
12 m + 6 m + 4 m + 4 m + 4 m + 4 m + 4 m + 6 m = 44 m

La salle après travaux a un périmètre supérieur à la salle avant travaux.

Production de Julien

A À l'origine, cette salle est un rectangle.
Périmètre du rectangle : (L x l) x 2
(12 m + 6 m) x 2 = 36 m.

B Au cours des travaux, on a reculé une partie d'une longueur de 4 m :
donc on a rajouté 2 murs de 4 m de long chacun.

C Le périmètre de la nouvelle salle est :
36 m + (4 m x 2) = 44 m.

Conclusion

Le périmètre de la nouvelle salle est 44 m.

On peut disposer de rayonnages sur 8 m supplémentaires.

Au cœur des solutions

❶ Compare ta production à celles de Roxane et de Julien.

Note ce qui est identique et ce qui est différent.

❷ Est-ce que Roxane a raison lorsqu'elle dit que « calculer un périmètre, c'est mesurer la longueur d'une figure fermée » ?

❸ Comment Julien sait-il que la salle est, à l'origine, un rectangle ?

Pour aller plus loin

❶ Si on avait reculé le mur de 3 m, quel aurait été le périmètre de la nouvelle salle ?

❷ Cherche une solution, présente un croquis pour qu'il soit possible de disposer de 54 m de rayonnages en gardant les dimensions :
L = 12 m ;
l = 6 m.

Corrigé des exercices

1

Figure jaune : **30 cm**.

Figure rouge : **5 + 5 + 6 = 16, soit 16 cm**.

Figure bleue : **(4 + 3) x 2 = 14, soit 14 cm**.

Figure verte : **(10 + 2) x 2 = 24, soit 24 cm**.

2

Périmètre du parcours sur le plan :

AB = **13 cm**

BC = **3,5 cm**

CD = **9,5 cm**

DA = **2,6 cm**

Périmètre = 13 + 3,5 + 9,5 + 2,6 = 28,6, soit **28,6 cm**.

Distance du parcours :

1600 + 680 + 920 + 320 = 3 520, soit **3 520 m**

3 520 x 2 = 7 040, soit 7 040 m ou 7,040 km.

Les coureurs auront parcouru une distance de **7 040 m** ou **7,040 km.**

3

Activité de production individuelle.

Difficile avec le double décimètre de tracer un carré, car le côté devrait mesurer :
49 ⊢ 4 → q = 12,25, soit 12,25 cm.

On peut construire un rectangle de 49 cm de périmètre avec le double décimètre.

L + l = 49 ⊢ 2 → q = 24,5, soit 24,5 cm.

On peut choisir par exemple :

L = 14,5 cm	ou	L = 15 cm
l = 10 cm		l = 9,5 cm

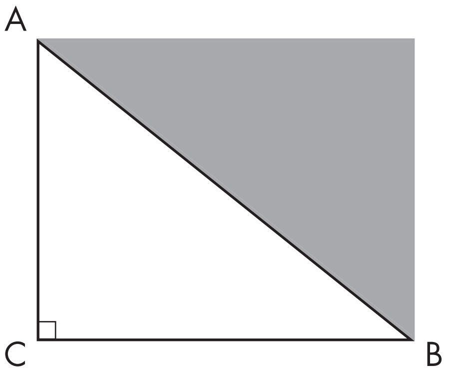
etc.

4

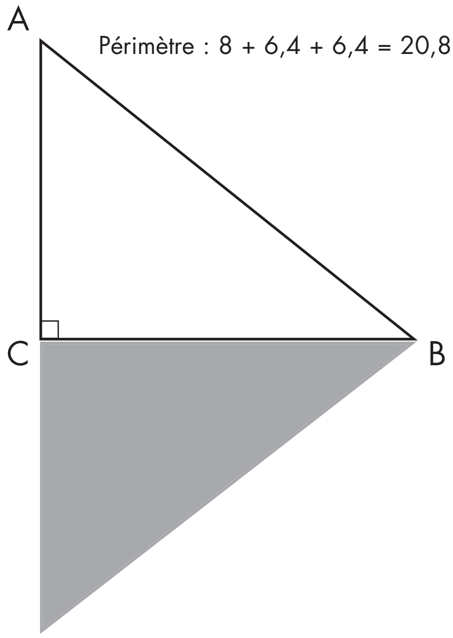
Nombre de mètres	3	6	12	24	30	300	330	360	384
Nombre d'élèves	2	4	8	16	20	200	220	240	256

Il y aura 256 enfants sur la ronde.

5

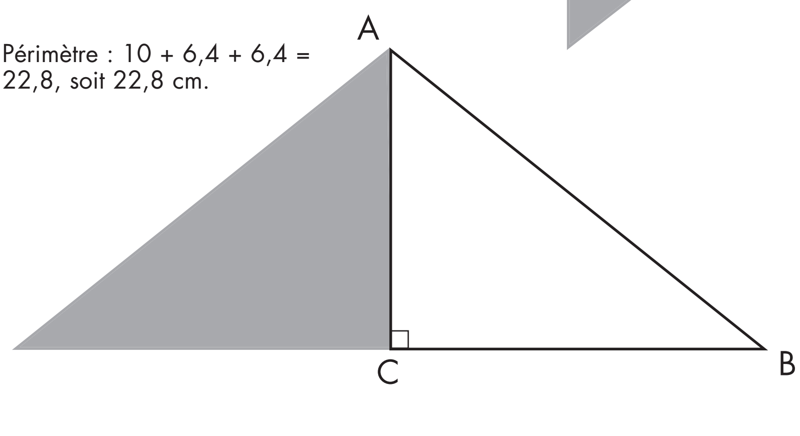


Périmètre : (5 + 4) x 2 = 18, soit 18 cm.



Périmètre : 8 + 6,4 + 6,4 = 20,8; soit 20,8 cm.

Périmètre : 10 + 6,4 + 6,4 = 22,8, soit 22,8 cm.



6

831 + 412 + 640 = 1 883, soit 1 883 m.

Les coureurs ont déjà parcouru 1 883 m.

2 500 – 1 883 = 617, soit 617 m.

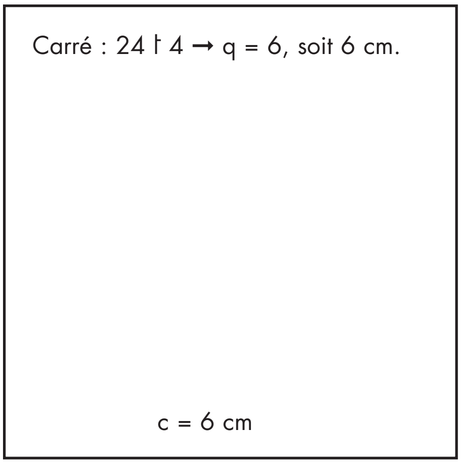
La distance de D à A est de 617 m.

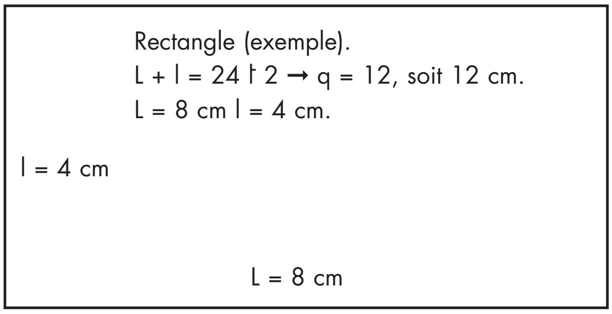
Corrigé des exercices
(suite)

7

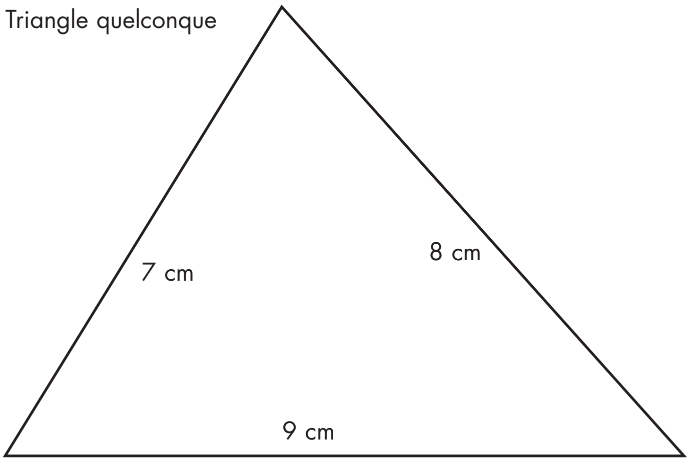
400 mm = 40 cm
L + l = 40 ÷ 2 → q = 20, soit 20 cm
20 – 14 = 6, soit 6 cm **La largeur du rectangle est de 6 cm.**

8

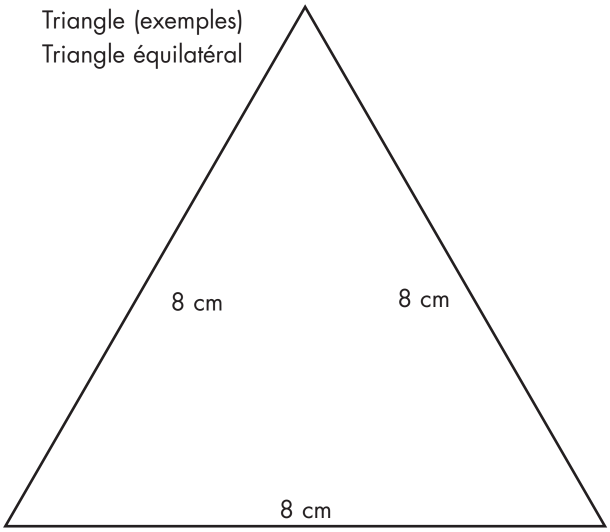




Triangle quelconque



Triangle (exemples)
Triangle équilatéral



9

(24 + 16) x 2 = 80, soit 80 pas.
Le périmètre du jardin est de 80 pas.

75 x 80 = 6 000, soit 6 000 cm ou 60 m.
Le périmètre du jardin est de 60 m.

Vers la résolution de problèmes

1/ Au bord de la forêt, il y a un étang rectangulaire de 4,826 km et dont la longueur mesure 1 829 m.
Quelle est la largeur de l'étang ?
4,826 km = 4 826 m.
L + l = 4 826 ÷ 2 → q = 2 413, soit 2 413 m.
l = 2 413 – 1 829 = 584, soit 584 m.
La largeur de l'étang mesure 584 m.

2/ On peut calculer la longueur du côté du jardin.
100 ÷ 4 → q = 25, soit 25 m.
Le côté du jardin d'Oncle Eustache mesure 25 m.