NOMBRES

1

COMMENT FAIRE POUR CALCULER UNE EXPRESSION NUMÉRIQUE ?

PROPRIÉTÉ – *Produit de deux nombres relatifs*
Le produit/quotient de deux nombres relatifs de même signe est positif.
Le produit/quotient de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

MÉTHODE – *Priorités dans les calculs*
Pour calculer une expression, dans l'ordre, on effectue :

1. Les calculs entre parenthèses (dans chaque parenthèse, suivre l'ordre 2 – 3 – 4 ci-dessous)
   (une fois que les parenthèses ont été calculées)
2. Les carrés, les cubes, éventuellement les puissances
3. Les produit/quotient
4. Les additions/soustractions de gauche à droite.

exemple 1 : Calcul de $7\times(-4)$

⬅ *Ici, il s'agit du produit de deux nombres de signes contraires. Le résultat est donc* ***négatif****.*

Solution : $\boxed{-28}$

exemple 2 : Calcul de $(-12)\div(-2)$

⬅ *Ici, il s'agit du quotient de deux nombres de même signe. Le résultat est donc* ***positif****.*

Solution : $+6=\boxed{6}$

exemple 3 :

Calcul de $-2+(-3)^2\times\underline{(1-5)}$

⬅ *On calcule d'abord* ***les parenthèses****.*

Solution : $=-2+\underline{(-3)^2}\times(\mathbf{-4})$

$=-2+\underline{\mathbf{9}\times(-4)}$

⬅ *Puis le* ***carré****.*

$=-2-\mathbf{36}$

⬅ *On poursuit avec* ***la multiplication****.*

$=\boxed{-38}$

⬅ *Et on termine* ***le calcul****.*

TOP CHRONO

C'est l'interro !

Exercice 1.1 (5 pts) *5 min*

Calculer les expressions suivantes :

a. $A=-6+7-14+8-1+6$; **b.** $B=(-2)\times(-5)$;

c. $C=12\div(-4)$; **c.** $D=\dfrac{45}{-15}$.

Exercice 1.2 (5 pts) *5 min*

Quel est le signe de chaque produit ?

a. $E=-1\times(-6)\times(-1)\times 4\times(-1)$;

b. $F=(-2)\times(-5)\times 4\times(-2)\times(-5)$;

c. $G=x\times(-6)\times 3$, où x est un nombre négatif ;

d. $H=(-4)\times x\times(-x)$, où x est un nombre positif.

Exercice 1.3 (5 pts) *15 min*

Trouver le résultat des expressions suivantes :

a. $I=-7\times 2+15\div 3+8$; **b.** $J=(15-3)\div(-4-2)$;

c. $K=7\times 2^2-15\div\big(5\times(-2)-(-7)\big)$; **d.** $L=\dfrac{-2\times 4+2\times(-6)}{-3+(-10)\div(-2)}$.

Exercice 1.4 (5 pts) *5 min*

Pour la séquence de touches indiquées ci-après, écrire l'expression correspondante : $\boxed{(}\boxed{9}\boxed{-}\boxed{5}\boxed{\times}\boxed{6}\boxed{)}\boxed{\div}\boxed{(}\boxed{8}\boxed{\times}\boxed{2}\boxed{-}\boxed{9}\boxed{)}$

Utiliser la calculatrice pour trouver le résultat de l'expression :

$$N=5-2\div(3+7)+22\times(-4).$$

Exercice 1.5 (5 pts) *10 min*

Dans un manuel de SVT de 3^e, on peut lire : *Le groupe des ammonites s'est développé à partir du Trias (–250 mA) et a disparu à la fin du Crétacé (–65 mA).*

a. Que représente 1 mA?

b. Combien d'années le groupe des ammonites a-t-il existé ?

2

COMMENT FAIRE POUR GÉRER UN PROGRAMME DE CALCUL ?

DÉFINITION – *Programme de calcul*
Un programme de calcul est une suite d'instructions données à partir d'un nombre au départ et qui aboutit à un résultat final. Les instructions sont des opérations à effectuer sur les résultats intermédiaires au fur et à mesure que le programme avance.

PROPRIÉTÉ – *Correspondance entre expression littérale et programme de calcul*
À tout programme de calcul correspond une expression littérale et, réciproquement, une expression littérale est le résultat d'un programme de calcul.

exemple : Voici le programme suivant :

- Choisir un nombre n
- Lui $\underbrace{\text{ajouter 7}}_{1^{re}\text{ instruction}}$ ⬅ *Ici, c'est la 1re instruction…*
- $\underbrace{\text{Multiplier par 5}}_{2^{e}\text{ instruction}}$ le résultat ⬅ *… puis la 2^{e}…*
- $\underbrace{\text{Soustraire 35}}_{3^{e}\text{ instruction}}$ au résultat ⬅ *… et enfin la 3^{e} instruction.*

Effectuer le programme ci-dessus pour $n = 8$.
Solution :
Le nombre choisi est 8. ⬅ *On part du nombre imposé et on suit les différentes instructions.*

$8\underbrace{+7}_{1}=15$

$15\underbrace{\times 5}_{2}=75$

$75\underbrace{-35}_{3}=40$

Le résultat obtenu en choisissant le nombre 8 au départ est 40.

TOP CHRONO
C'est l'interro !

Exercice 2.1 (3 pts) *5 min*

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre
- Le multiplier par 3
- Soustraire 5 au résultat.

a. Quel est le résultat obtenu lorsque l'on choisit 3 comme nombre ?
b. Quel est le résultat obtenu lorsque l'on choisit 0 comme nombre ?
c. Quel nombre faut-il avoir choisi au départ pour que le résultat soit 22 ?

Exercice 2.2 (5 pts) *10 min*

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre x.
- Ajouter 2.
- Calculer le carré du résultat obtenu.
- Soustraire le carré du nombre de départ.
- Retrancher 4.

a. Effectuer ce programme lorsque le nombre choisi est 5 et montrer qu'on obtient 20 .
b. Effectuer ce programme lorsque le nombre choisi est -3 et montrer qu'on obtient -12.
c. Effectuer ce programme lorsque le nombre choisi est $1{,}5$.
d. Quelle conjecture peut-on faire à propos du résultat fourni par le programme de calcul ?
Démontrer cette conjecture.

Exercice 2.3 (2 pts) *5 min*

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre x
- Le multiplier par -3
- Ajouter 7 au résultat
- Multiplier le résultat obtenu par 2

Exprimer en fonction de x le résultat obtenu à la fin du programme de calcul.

3 COMMENT FAIRE POUR CALCULER UNE EXPRESSION CONTENANT DES PUISSANCES ?

DÉFINITION – *Puissances*
Soit a un nombre relatif et n un nombre entier naturel non-nul. L'écriture a^n désigne le nombre $\underbrace{a\times a\times\ldots\times a}_{n\ facteurs}$ et se lit « a puissance n ».

L'écriture a^{-n} désigne l'inverse de a^n : $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$.

Cas particulier : $10^n=1\underbrace{0\ldots0}_{n\ zéros}$; $10^{-n}=\underbrace{0,0\ldots0}_{n\ zéros}1$.

PROPRIÉTÉ – *Opérations sur les puissances*
Soit a un nombre relatif et n, m deux nombres entiers naturels non-nuls.

1. $a^n\times a^m=a^{n+m}$; 2. $\dfrac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$; 3. $\left(a^n\right)^m=a^{n\times m}$.

DÉFINITION – *Écriture scientifique*
Une écriture est la notation scientifique d'un nombre si ce nombre est de la forme $a\times10^n$ où $1\leq a<10$ et n un entier relatif.

exemple 1 :

Calcul de $15\times\underline{\left(10^2\right)^{-2}}\times10^3$

Solution : $=15\times\underline{\mathbf{10^{-4}}\times10^3}$

$=15\times\underline{\mathbf{10^{-1}}}$

$=15\times0,1$

$=\boxed{1,5}$

⬅ *Ici, on applique la propriété 3 :*
$\left(10^2\right)^{-2}=10^{2\times(-2)}=10^{-4}$

⬅ *Puis la propriété 1 :*
$10^{-4}\times10^3=10^{-4+3}=10^{-1}$

⬅ *Et enfin la définition de* 10^{-n}

exemple 2 : Donner l'écriture scientifique de $A=\underline{105}\times10^6$.

Solution : $A=\mathbf{1,05}\times\underline{\mathbf{10^2}\times10^6}$

$=\boxed{1,05\times\mathbf{10^8}}$

⬅ *On commence par décomposer 105 :* $105=1,05\times10^2$

⬅ *On utilise la propriété 1 à nouveau.*

TOP CHRONO
C'est l'interro !

Exercice 3.1 (5 pts) *10 min*

Sans calculatrice, effectuer les calculs suivants :

a. 5^3 ;

b. 7^0 ;

c. $10^3 + 10^{-4}$;

d. $3^2 + 10^{-3}$.

Exercice 3.2 (5 pts) *10 min*

Écrire en notation scientifique.

a. $x = 21\,000\,000$;

b. $y = 0{,}000\,000\,12$;

c. $z = 0{,}193 \times 10^2$;

d. $t = 23{,}4 \times 10^{-4}$.

Exercice 3.3 (4 pts) *15 min*

Écrire en notation scientifique.

a. $3^7 \times 3^{-12}$;

b. $\dfrac{2^{-5}}{2^{-4}}$;

c. $\left((-6)^{-1}\right)^4$;

d. $\dfrac{7^{-1} \times 7^6}{7^3}$.

Exercice 3.4 (4 pts) *15 min*

Donner l'écriture décimale du nombre suivant : $A = \dfrac{21 \times 10^{-3} \times 16 \times 10^7}{12 \times 10^2}$.

En donner son écriture scientifique.

4 COMMENT FAIRE POUR CALCULER UNE EXPRESSION CONTENANT DES ÉCRITURES FRACTIONNAIRES ?

MÉTHODE – *Addition/soustraction d'écritures fractionnaires*
Pour additionner/soustraire deux écritures fractionnaires, il faut d'abord rechercher un dénominateur commun à deux fractions (en utilisant éventuellement un tableau), puis additionner/soustraire les numérateurs (mais pas les dénominateurs).

MÉTHODE – *Produit de deux écritures fractionnaires*
Pour multiplier deux écritures fractionnaires, il faut regarder si un numérateur et un dénominateur ont un diviseur commun, puis je simplifie chacun d'eux par ce diviseur.

MÉTHODE – *Quotient de deux écritures fractionnaires*
Diviser par une écriture fractionnaire non-nulle revient à multiplier par son inverse.

exemple 1 : Calcul de $A=\frac{5}{6}+\frac{1}{8}$

⬅ *On cherche un* dénominateur commun *à 6 et 8.*

Solution : $A=\frac{5\times4}{6\times4}+\frac{1\times3}{8\times3}=\frac{20}{24}+\frac{3}{24}$

$=\boxed{\frac{23}{24}}$

⬅ *D'après le tableau, 6 et 8 ont comme multiple commun 24 :*

6	12	18	24
8	16	24	

exemple 2 : Calcul de $B=6\times\frac{5}{16}$

Solution : $B=\frac{6}{1}\times\frac{5}{16}=\frac{2\times3}{1}\times\frac{5}{2\times8}$

$=\frac{3}{1}\times\frac{5}{8}=\boxed{\frac{15}{8}}$

⬅ *Ici, seuls 6 et 16 ont un diviseur commun : 2.*
⬅ *Il suffit de simplifier par 2.*

exemple 3 : Calcul de $C=\frac{3}{5}\div\frac{2}{7}$

Solution : $C=\frac{3}{5}\times\frac{7}{2}=\boxed{\frac{21}{10}}$

⬅ *Ici, au lieu de diviser les deux fractions, on les multiplie en prenant garde d'inverser la fraction* $\frac{2}{7}$.