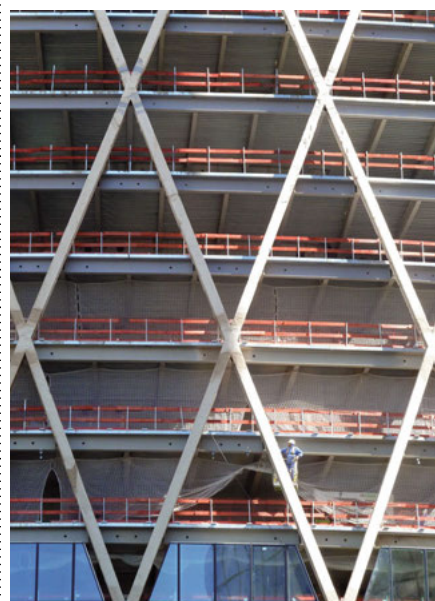
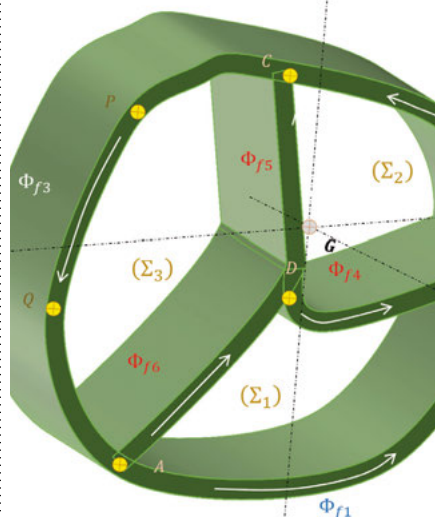


Erick Ringot

# CALCUL DES OUVRAGES

Résistance des matériaux  
et fondements du calcul  
des structures



EYROLLES

Erick Ringot

# CALCUL DES OUVRAGES

## Résistance des matériaux et fondements du calcul des structures

Issu de l'enseignement de **génie civil** délivré par l'auteur en deuxième et troisième cycles, ce manuel accompagnera tout au long de leur parcours ceux qui préparent une licence, un master ou un titre d'ingénieur. Les **notions** abordées ici faciliteront l'acquisition ultérieure de connaissances nouvelles, qu'elles soient **théoriques** (calcul des plaques et coques, dynamique et sismique), **pratiques** ou **réglementaires** (béton armé, construction métallique).

On verra que l'auteur contextualise au génie civil le **calcul des structures à poutres** en établissant, à l'usage des ingénieurs, le **lien entre modélisation et normalisation**. Il classe les différents types d'éléments de structures, présente la normalisation et énonce clairement les exigences qui s'imposent à l'ingénieur. Quant au **vocabulaire spécifique**, il est précisément défini afin d'être employé avec rigueur. Ayant, d'expérience, conscience des difficultés que présentent toujours les études de statique, l'auteur a placé en tête d'ouvrage les indispensables **rappels de mécanique générale** : il y évoque la philosophie de la statique avant de traiter les études en configuration déformée, puis sous l'hypothèse des petites perturbations. Deux approches complé-

mentaires du calcul de statique y sont également illustrées : la classique **méthode newtonienne** et, via la notion de mécanisme associé, le calcul scalaire par application du **principe des puissances virtuelles**. La partie réservée à la RDM porte successivement sur la **théorie des poutres de Timoshenko**, la **théorie du cisaillement de flexion de Bredt-Jourawski** et la **théorie de la torsion de Saint-Venant**. On y traite de notions fondamentales comme l'énergie élastique sans ignorer les aspects complexes qu'induisent notamment les profils de section droite multiplement connexes. Dans un chapitre entièrement dédié au principe des puissances virtuelles, diverses modalités d'application sont exposées. Il sert de fondation aux deux grandes méthodes de calcul des structures : la **méthode des forces** et la **méthode des déplacements**. Chargement thermique, précontrainte, prise en compte des appuis élastiques ou des déplacements imposés, calcul des treillis hyperstatiques : les divers cas de charge sont illustrés et discutés. Enfin, les questions de la stabilité des équilibres en régime élastique des structures viennent clôturer l'ensemble.

I. Chapitre liminaire (contextualisation du calcul des ouvrages et rappels de mécanique) • II. Statique des structures (mécanismes, structures, méthode newtonienne et calcul scalaire) • III. Théorie des poutres (Timoshenko, Saint-Venant, Bernoulli) • IV. Théorie du cisaillement de flexion (théorie de Bredt-Jourawski) • V. Théorie du cisaillement de torsion de Saint-Venant • VI. Principe des puissances virtuelles • VII. Méthode des forces • VIII. Méthode des déplacements • IX. Stabilité des structures en régime élastique

Ancien élève de l'École normale supérieure de Cachan et agrégé de génie civil, **Erick Ringot** enseigne la **mécanique appliquée** en licence et master de **génie civil** de l'université Paul Sabatier de Toulouse. Il est enseignant-chercheur dans le domaine de la pathologie des bétons au sein du **laboratoire Matériaux et durabilité des constructions** à l'Insa de Toulouse ; ses recherches portent sur les additions minérales dans les bétons, la maîtrise des réactions endogènes d'alcali-silice, la qualité des parements de béton et, aujourd'hui, sur la qualité de l'air dans les habitacles ainsi que sur les systèmes de protection des ouvrages en béton armé contre la corrosion. Comme il est très impliqué dans la **valorisation de la recherche**, ses travaux ont donné lieu à la création de deux entreprises à technologie innovante qu'il codirige avec ses anciens étudiants ; ces entreprises sont soutenues par le ministère de la Recherche et la Banque publique d'investissement.

### PUBLICS

Licence et master de génie civil

Diplôme d'ingénieur civil

Formation continue

En couverture :

Flux de cisaillement de flexion © E. Ringot

Construction de la tour D2, Paris-La Défense © arch. Antony Béchu. Photo Pierre Engel

Le viaduc de Millau © arch. Foster & Partners. Photo Shutterstock/PHB.cz, Richard Semik

[www.editions-eyrolles.com](http://www.editions-eyrolles.com)

ERICK RINGOT

# **CALCUL DES OUVRAGES**

**Résistance des matériaux  
et fondements du calcul des structures**

**EYROLLES**



ÉDITIONS EYROLLES  
61, bd Saint-Germain  
75240 Paris Cedex 05  
[www.editions-eyrolles.com](http://www.editions-eyrolles.com)

*Les schémas et, sauf mention contraire, les photos illustrant l'ouvrage sont de l'auteur. L'auteur et l'éditeur remercient tout particulièrement Pierre Engel pour son aimable concours.*

Aux termes du code de la propriété intellectuelle, toute reproduction ou représentation intégrale ou partielle de la présente publication, faite par quelque procédé que ce soit (reprographie, microfilmage, scannérisation, numérisation...) sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite et constitue une contrefaçon sanctionnée par les articles L.335-2 et suivants du code de la propriété intellectuelle. L'autorisation d'effectuer des reproductions par reprographie doit être obtenue auprès du Centre français d'exploitation du droit de copie (CFC) – 20, rue des Grands-Augustins – 75006 Paris.

© Groupe Eyrolles, 2017, ISBN : 978-2-212- 67370-8

# Sommaire

I.	Chapitre liminaire (contextualisation du calcul des ouvrages et rappels de mécanique) .....	17
II.	Statique des structures (mécanismes, structures, méthodes newtoniennes et scalaires). .....	69
III.	Théorie des poutres (Timoshenko, Saint-Venant, Bernoulli). .....	159
IV.	Théorie du cisaillement de flexion (théorie de Bredt-Jourawski) .....	213
V.	Théorie du cisaillement de torsion de Saint-Venant .....	261
VI.	Principe des puissances virtuelles .....	299
VII.	Méthode des forces .....	347
VIII.	Méthode des déplacements .....	383
IX.	Stabilité des structures en régime élastique .....	447

*Ce livre est dédié à mes collègues de l'Université Paul Sabatier de Toulouse, plus particulièrement ceux de la filière de génie civil, à qui je suis redevable de leur bienveillance et de leur patience alors que, délaissant les charges administratives, je me consacrais à la création d'entreprise.  
Grand merci à eux.*

Erick Ringot

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Discours liminaire</b>	<b>17</b>
1.1	Ouvrage	17
1.2	Typologie des éléments de structure	18
1.2.1	Éléments 3D	18
1.2.2	Éléments 2D	20
1.2.3	Éléments 1D	21
1.3	Contexte règlementaire	23
1.4	Les exigences du calcul des ouvrages	24
1.4.1	Exigence à caractère mécanique	24
1.4.2	Autres exigences	25
1.4.3	Équilibre	25
1.4.3.1	Définition de l'équilibre statique	26
1.4.3.2	Critère d'équilibre	27
1.4.3.3	En pratique	27
1.4.4	Stabilité	28
1.4.4.1	Stabilité des systèmes dynamiques	28
1.4.4.2	Stabilité des systèmes statiques	31
1.4.5	Résistance	35
1.4.6	Déformabilité	36
1.5	Rappels sur les forces et les grandeurs associées	37
1.5.1	Origine des forces	37
1.5.2	Caractère vectoriel d'une force	39
1.5.2.1	Effort ponctuel	39
1.5.2.2	Action-réaction	40
1.5.2.3	Représentation conventionnelle	40
1.5.3	Moment d'une force en un point	41
1.5.3.1	Cas général en trois dimensions	41
1.5.3.2	Cas particulier en deux dimensions	42
1.5.4	Couple de force	43
1.5.5	Torseur	43
1.5.5.1	Le torseur en tant qu'objet mathématique (3D)	44

1.5.5.2	Équiprojectivité . . . . .	44
1.5.5.3	Automoment . . . . .	45
1.5.5.4	Comoment de deux torseurs . . . . .	45
1.5.5.5	Axe central et moment central . . . . .	45
1.5.5.6	Torseurs particuliers : torseur nul, glisseur et couple . . . . .	47
1.5.6	Torseur de force . . . . .	48
1.5.6.1	Torseur de force associé à un ensemble discret de vecteurs liés et de couples de force . . . . .	48
1.5.6.2	Torseur de force associé à des efforts répartis . . . . .	49
1.5.6.3	Exemples . . . . .	49
1.5.6.4	Glisseur équivalent à un système de forces coplanaires réparties parallèles . . . . .	51
1.5.6.5	Discussion sur l'équivalence des torseurs de force entre eux . . . .	52
1.5.6.6	Généralisation du théorème d'action-réaction . . . . .	53
1.6	Rappels sur les vitesses et déplacements . . . . .	55
1.6.1	Définition du solide indéformable . . . . .	55
1.6.2	Mouvement d'un solide indéformable . . . . .	55
1.6.3	Torseur cinématique des vitesses . . . . .	57
1.6.4	Torseur cinématique des petits déplacements . . . . .	58
1.6.5	Épure cinématique . . . . .	59
1.6.5.1	Transformation cinématique . . . . .	59
1.6.5.2	Expression graphique de l'équiprojectivité . . . . .	60
1.6.5.3	Détermination de la vitesse de rotation partant de la vitesse de deux points . . . . .	61
1.6.5.4	Application aux mécanismes . . . . .	61
1.7	Puissance, travail, énergie . . . . .	63
1.7.1	Puissance et travail d'une force . . . . .	63
1.7.2	Puissance et travail d'un couple . . . . .	64
1.7.3	Puissance d'un système de forces agissant sur un solide quelconque . . . .	65
1.7.4	Puissance d'un système de forces agissant sur un solide indéformable . . .	65
1.7.5	Généralisation à la puissance d'un torseur de force . . . . .	66
<b>2</b>	<b>Statique des structures, équilibre</b>	<b>69</b>
2.1	Objet . . . . .	69
2.2	Approches de l'étude de l'équilibre . . . . .	70
2.3	Configuration d'étude . . . . .	70
2.3.1	Phénoménologie . . . . .	70
2.3.2	Hypothèse des petites perturbations (HPP) . . . . .	71
2.3.3	Schéma de calcul typique d'une ossature dans le cadre HPP . . . . .	72
2.3.4	Schéma de calcul itératif hors cadre HPP . . . . .	73
2.3.4.1	Algorithme . . . . .	73



2.3.4.2	Un exemple de calcul manuel de l'effet « $P - \Delta$ »	74
2.3.5	Limites du calcul dans le cadre HPP	77
2.3.5.1	Couple de ressorts alignés soumis à une charge transversale	77
2.3.5.2	Corde à linge	79
2.3.5.3	Câble suspendu	80
2.3.5.4	Mécanisme composé de solides indéformables élastiquement liés	85
2.4	Modélisation des structures	87
2.4.1	Les arcs et les poutres	87
2.4.2	Modélisation de la géométrie	87
2.4.3	Modélisation des efforts	88
2.4.3.1	Efforts extérieurs	88
2.4.3.2	Efforts intérieurs	88
2.4.4	La structure en tant qu'assemblage d'arcs et de poutres	90
2.4.5	Liaisons	91
2.4.5.1	Caractéristiques d'une liaison	92
2.4.5.2	Puissance dissipée dans une liaison	92
2.4.5.3	Liaisons parfaites	93
2.4.5.4	Liaisons usuelles	93
2.4.5.5	Liaisons courantes du génie civil	93
2.4.5.6	Liaisons élastiques	97
2.4.5.7	Liaisons dissipatives ou visqueuses	99
2.4.5.8	Liaisons plastiques	100
2.4.6	Origine des actions sur les structures	100
2.4.6.1	Cadre réglementaire	100
2.4.6.2	Modélisation	101
2.5	Isostaticité, hyperstaticité	104
2.5.1	Statut d'un assemblage de poutres	104
2.5.2	Définition	104
2.5.3	Détermination du degré d'hyperstaticité	105
2.5.4	En pratique : cas bidimensionnel	107
2.5.4.1	Équations d'équilibre des barres	107
2.5.4.2	Dénombrement des inconnues de liaison	108
2.5.4.3	Degré d'hyperstaticité $h$	109
2.5.4.4	Caractère intrinsèque de $h$	110
2.6	Approche « vectorielle » de l'étude statique des structures	112
2.6.1	Principe fondamental de la statique	112
2.6.2	Méthodologie	112
2.6.2.1	Isolement	112
2.6.2.2	Bilan des efforts	113
2.6.2.3	Équilibre statique	114

2.6.3	Exemple	114
2.6.3.1	Isostaticité	114
2.6.3.2	Stratégie d'isolement	115
2.6.3.3	Déroulement des calculs	118
2.6.3.4	Conclusions	119
2.7	Approche « scalaire » de l'étude statique des structures	119
2.7.1	Principe des puissances virtuelles ( <b>PPV*</b> )	119
2.7.1.1	Cas du solide indéformable isolé	119
2.7.1.2	Cas d'un assemblage de solides indéformables	120
2.7.1.3	Cas du champ de vitesse virtuelle cinématiquement admissible	124
2.7.1.4	Exemples	124
2.7.2	Méthodologie d'application du <b>PPV*</b> aux structures isostatiques	128
2.7.2.1	Pourquoi employer le <b>PPV*</b> pour l'étude statique des structures?	128
2.7.2.2	Mécanisme associé à une structure isostatique	128
2.7.2.3	Logigramme d'étude	130
2.7.3	Exemples	130
2.7.3.1	Portique à jambage	130
2.7.3.2	Poutre isostatique	133
2.7.4	Conclusion	134
2.8	Étude des structures symétriques	135
2.8.1	Définitions	135
2.8.1.1	Structure symétrique	135
2.8.1.2	Chargement symétrique	136
2.8.1.3	Chargement antisymétrique	136
2.8.2	Propriétés	137
2.8.2.1	Chargement symétrique $\{\mathcal{F}_{\text{sym}}\}$	137
2.8.2.2	Chargement antisymétrique $\{\mathcal{F}_{\text{anti}}\}$	137
2.8.3	Décomposition d'un chargement quelconque	138
2.8.4	Application	140
2.8.5	Exemple	140
2.9	Dynamique et funiculaire	141
2.9.1	Dynamique d'un système de forces coplanaires	141
2.9.2	Funiculaire	142
2.9.3	Exemple d'application : glisseur équivalent à une distribution de forces parallèles	144
2.9.4	Équilibre d'un câble soumis à l'action de forces pondérales	145
2.9.5	Illustration pratique : la Sagrada Familia à Barcelone	146
2.10	Treillis	147
2.10.1	Définition	147
2.10.2	Sur la nature réelle des liaisons dans un treillis	148
2.10.3	Représentation conventionnelle d'un treillis	148

2.10.4	Sollicitations	149
2.10.5	Treillothèque des treillis courants	150
2.10.5.1	Les fermes de charpente	150
2.10.5.2	Les poutres triangulées	150
2.10.6	Isostaticité d'un treillis	150
2.10.7	Détermination des efforts normaux dans les treillis isostatiques	151
2.10.7.1	Méthode de Ritter (coupures)	152
2.10.7.2	Méthode de Cremona (nœuds)	153
2.10.7.3	Méthode des puissances virtuelles	156
2.10.8	Calcul des déplacements dans un treillis	157
2.11	Conclusion	157
<b>3</b>	<b>Théorie des poutres</b>	<b>159</b>
3.1	Objet	159
3.2	Définition d'une poutre	159
3.3	Hypothèses « HPP » et conséquences	161
3.3.1	Petits déplacements	161
3.3.2	Petites déformations	161
3.4	Hypothèses sur le matériau constitutif	162
3.5	Hypothèse de Timoshenko	162
3.5.1	Expérience	162
3.5.2	Conclusion	163
3.5.3	Formalisation du champ de déplacement	163
3.5.4	Hypothèse dégradée de Navier-Bernoulli	164
3.5.5	Champ de déformation	165
3.5.5.1	Expression des composantes de déformation	166
3.5.5.2	Interprétation	166
3.6	Hypothèse de Saint-Venant	168
3.6.1	Énoncé	168
3.6.2	Interprétation	168
3.6.3	Conséquences sur la forme du tenseur des contraintes	168
3.7	Contradictions introduites par les hypothèses	169
3.7.1	Contradiction sur les cisaillements	169
3.7.2	Contradiction sur la contrainte normale	170
3.7.3	Conséquences	171
3.8	Sollicitations	171
3.8.1	Objet	171
3.8.2	Contraintes généralisées	172
3.8.3	Singularisation du repère : sollicitations normales	173
3.8.4	Flexion plane	175
3.8.5	Cas particuliers	175

3.8.5.1	Traction pure . . . . .	176
3.8.5.2	Compression pure . . . . .	176
3.8.5.3	Torsion pure . . . . .	176
3.8.5.4	Flexion pure . . . . .	177
3.8.5.5	Flexion simple (2D) . . . . .	177
3.8.5.6	Flexion composée . . . . .	177
3.8.5.7	Flexion déviée . . . . .	178
3.8.6	Caractéristiques géométriques d'un plan de section droite . . . . .	178
3.8.6.1	Aire de section droite . . . . .	178
3.8.6.2	Position du centre de gravité ou centre d'inertie, moments statiques . . . . .	180
3.8.6.3	Orientation du repère principal et inerties principales - cercle de Mohr des inerties . . . . .	181
3.8.6.4	Représentation de Mohr alternative . . . . .	187
3.8.6.5	Axes principaux d'inertie en résumé . . . . .	188
3.8.6.6	Exemple 1 : section triangulaire pleine . . . . .	189
3.8.6.7	Exemple 2 : cornière à ailes inégales . . . . .	193
3.8.6.8	Quelques cas particuliers . . . . .	197
3.8.7	Équations de l'équilibre local d'une poutre . . . . .	198
3.8.7.1	Poutre 3D . . . . .	199
3.8.7.2	Poutre 2D . . . . .	200
3.9	Lois de comportement . . . . .	201
3.9.1	Sollicitations normales . . . . .	201
3.9.2	Extension aux sollicitations transversales . . . . .	202
3.10	Champ de déplacement . . . . .	202
3.10.1	Objet . . . . .	203
3.10.2	Rotation axiale . . . . .	203
3.10.3	Autres rotations . . . . .	203
3.10.4	Déplacement axial . . . . .	204
3.10.5	Déplacements transversaux . . . . .	204
3.11	Expression de la contrainte normale . . . . .	206
3.12	Puissance et énergie élastique . . . . .	206
3.12.1	Objet . . . . .	206
3.12.2	Densité de puissance d'une poutre . . . . .	207
3.12.3	Densité d'énergie élastique . . . . .	209
3.12.4	Énergie élastique . . . . .	211
3.13	Résumé . . . . .	211
<b>4</b>	<b>Cisaillement de flexion</b>	<b>213</b>
4.1	Objet . . . . .	213
4.2	Équilibre d'une « calotte » de poutre . . . . .	213

4.3	Formule de Bredt-Jourawski . . . . .	217
4.3.1	Expression générale . . . . .	217
4.3.2	Cas où la coupure $(AB)$ est parallèle à $\{Gz\}$ . . . . .	217
4.3.3	Exemple de la section rectangulaire . . . . .	217
4.4	Profil mince . . . . .	219
4.4.1	Définition d'un profil mince . . . . .	219
4.4.2	Profil mince ouvert . . . . .	220
4.4.2.1	Relation générale . . . . .	220
4.4.2.2	Flux de cisaillement nul . . . . .	221
4.4.2.3	Flux de cisaillement de flexion maximal . . . . .	221
4.4.2.4	Exemple du profil en I (type IPE) . . . . .	221
4.4.2.5	Sur la « conservation » du flux de cisaillement . . . . .	224
4.4.3	Profil mince fermé à simple cavité . . . . .	225
4.4.3.1	Expression générale du flux de cisaillement . . . . .	226
4.4.3.2	Détermination du flux à l'origine $\Phi_{f_0}$ . . . . .	228
4.4.4	Circulation du vecteur cisaillement . . . . .	231
4.4.5	Profil mince fermé à cavités multiples . . . . .	235
4.4.5.1	Principe de l'étude . . . . .	235
4.4.5.2	Exemple : profil mince à deux cavités . . . . .	237
4.5	Sections réduites . . . . .	241
4.5.1	Expression de $w_1$ par la mécanique des milieux continus . . . . .	241
4.5.2	Expression de $w_1$ par la théorie des poutres ( <i>rappel</i> ) . . . . .	242
4.5.3	Profil mince fermé / ouvert / N-connexe . . . . .	243
4.5.3.1	Section mince fermée . . . . .	244
4.5.3.2	Section mince ouverte . . . . .	245
4.5.3.3	Section multiplement connexe . . . . .	245
4.5.4	Exemples . . . . .	245
4.5.4.1	Section ouverte mince rectiligne . . . . .	246
4.5.4.2	Section fermée mince rectangulaire à parois dissymétriques . . . . .	247
4.5.4.3	Profil mince fermé 2-connexe . . . . .	249
4.6	Torseur des contraintes de cisaillement de flexion . . . . .	250
4.6.1	Résultante des contraintes $\tau_f(s)$ . . . . .	250
4.6.2	Moment en Q des contraintes $\tau_f(s)$ . . . . .	251
4.6.3	Centre de flexion . . . . .	253
4.6.3.1	Définition . . . . .	253
4.6.3.2	Conséquence . . . . .	253
4.6.3.3	Détermination de la position du centre de flexion $C$ (cas général) . . . . .	254
4.6.3.4	Position du centre de flexion (quelques cas particuliers) . . . . .	254
4.6.3.5	Propriétés du centre de flexion . . . . .	255
4.6.4	Définition complétée des sollicitations . . . . .	255

4.6.5	Exemple d'un profil mince ouvert demi-circulaire . . . . .	256
4.7	Résumé . . . . .	258
<b>5</b>	<b>Torsion</b>	<b>261</b>
5.1	Objet . . . . .	261
5.2	Phénoménologie . . . . .	261
5.2.1	Hypothèses . . . . .	261
5.2.2	Description du phénomène observé . . . . .	262
5.3	Théorie générale de la torsion de Saint-Venant . . . . .	263
5.3.1	Équilibre d'un tronçon de poutre . . . . .	263
5.3.2	Hypothèses sur le tenseur des contraintes . . . . .	263
5.3.3	Équilibre local . . . . .	264
5.3.4	Élasticité : loi de Hooke . . . . .	264
5.3.5	Centre de torsion et champ de déplacement . . . . .	265
5.3.6	Centre de torsion versus centre de flexion . . . . .	267
5.3.7	Fonction de torsion de Prandtl . . . . .	269
5.3.7.1	Définition . . . . .	269
5.3.7.2	Équation de la torsion . . . . .	270
5.3.7.3	Condition à la périphérie $\partial\Sigma$ du PSD . . . . .	271
5.3.8	Torseur des contraintes de cisaillement de torsion . . . . .	272
5.3.9	Rigidité à la torsion . . . . .	273
5.3.10	Résumé de la théorie de torsion de Saint-Venant . . . . .	273
5.3.11	Applications . . . . .	274
5.3.11.1	Torsion de la section circulaire pleine . . . . .	274
5.3.11.2	Torsion de la section annulaire . . . . .	276
5.3.11.3	Torsion de la section rectangulaire pleine . . . . .	277
5.3.11.4	Approximation sur la fonction de Prandtl . . . . .	279
5.4	Torsion de Saint-Venant des profils minces . . . . .	282
5.4.1	Définitions et concepts . . . . .	282
5.4.1.1	Géométrie de profil mince . . . . .	282
5.4.1.2	Flux de cisaillement de torsion . . . . .	283
5.4.2	Profils minces ouverts . . . . .	283
5.4.2.1	Expression de la contrainte de cisaillement de torsion . . . . .	283
5.4.2.2	Expression de l'inertie de torsion . . . . .	284
5.4.2.3	Remarque quant au moment de torsion . . . . .	285
5.4.2.4	Sections ouvertes multibranche . . . . .	286
5.4.3	Torsion des profils fermés . . . . .	287
5.4.3.1	Contraintes de cisaillement de torsion . . . . .	287
5.4.3.2	Inertie de torsion d'un profil mince et fermé . . . . .	289
5.4.3.3	Circulation du vecteur cisaillement . . . . .	290
5.4.4	Profils fermés multiplement connexes . . . . .	292

5.4.4.1	Schéma général de calcul . . . . .	292
5.4.4.2	Inertie de torsion d'un profil multiplement connexe . . . . .	294
5.4.4.3	Exemple d'un profil mince 3-connexe . . . . .	295
5.5	Torseur équivalent à la distribution des contraintes de cisaillement de torsion . . . . .	296
5.6	Résumé . . . . .	297
<b>6</b>	<b>Principe des puissances virtuelles PPV*. Applications et théorèmes dérivés</b>	<b>299</b>
6.1	Objet . . . . .	299
6.2	Champs de vitesse virtuelle $\{*\nu\}$ . . . . .	300
6.2.1	Définition . . . . .	300
6.2.2	Champ de déformation virtuelle . . . . .	301
6.2.3	Composantes « implicites » du champ de vitesse virtuelle . . . . .	302
6.2.4	Champs remarquables . . . . .	302
6.2.4.1	Champs cinématiquement admissibles . . . . .	302
6.2.4.2	Champs rigidifiants par morceau . . . . .	303
6.3	Puissances virtuelles . . . . .	304
6.3.1	Puissance virtuelle des forces externes $\mathcal{P}_e^*$ . . . . .	304
6.3.2	Puissance virtuelle d'accélération $\mathcal{P}_a^*$ . . . . .	305
6.3.3	Puissance virtuelle des forces internes . . . . .	306
6.3.3.1	Puissance virtuelle interne de cohésion . . . . .	307
6.3.3.2	Puissance virtuelle interne de liaison . . . . .	308
6.3.3.3	Puissance virtuelle interne . . . . .	309
6.4	Énoncé du PPV* . . . . .	309
6.4.1	Énoncé du principe . . . . .	309
6.4.2	Démonstration du théorème . . . . .	309
6.4.3	Réciproquement . . . . .	312
6.4.4	Illustration basique . . . . .	313
6.5	Application au calcul des structures isostatiques . . . . .	315
6.5.1	Rappel sur les structures isostatiques . . . . .	315
6.5.2	Méthodologie générale pour la détermination d'une sollicitation . . . . .	316
6.5.3	Détermination d'un moment fléchissant . . . . .	316
6.5.4	Application à la détermination du champ de sollicitations . . . . .	317
6.5.5	Exemple : poutre Cantilever isostatique . . . . .	318
6.5.6	Treillis isostatique . . . . .	320
6.5.7	Deux modalités d'emploi du PPV* en matière de statique . . . . .	321
6.6	Application au calcul des déplacements . . . . .	322
6.6.1	Méthode . . . . .	322
6.6.2	Exemples de calcul de déplacement . . . . .	323
6.6.2.1	Calcul du déplacement d'un nœud d'un treillis . . . . .	323
6.6.2.2	Calcul du déplacement et d'une rotation dans une structure . . . . .	326
6.7	Théorèmes dits de l'énergie . . . . .	327

6.7.1	Théorème de l'énergie cinétique . . . . .	327
6.7.2	Conservation du travail . . . . .	328
6.7.3	Expression du travail des forces extérieures . . . . .	329
6.7.4	Coefficients d'influence . . . . .	330
6.7.4.1	Définition . . . . .	330
6.7.4.2	Interprétation . . . . .	330
6.7.4.3	Calcul des coefficients d'influence . . . . .	331
6.7.4.4	Réciprocité - symétrie . . . . .	331
6.7.5	Théorème de réciprocité de Maxwell-Betti . . . . .	332
6.7.6	Théorème de Castigliano . . . . .	334
6.7.6.1	Énoncé et démonstration . . . . .	334
6.7.6.2	Application . . . . .	336
6.8	Lignes d'influence . . . . .	337
6.8.1	Introduction . . . . .	337
6.8.2	Méthodologie . . . . .	337
6.8.3	Exemple . . . . .	338
6.8.3.1	Ligne d'influence d'un moment . . . . .	338
6.8.3.2	Ligne d'influence d'un déplacement . . . . .	340
6.9	Calcul des intégrales de Mohr . . . . .	341
6.9.1	Théorème de Verechaguine . . . . .	341
6.9.2	Propriétés des surfaces courantes . . . . .	342
6.9.2.1	Rectangle . . . . .	342
6.9.2.2	Triangle . . . . .	343
6.9.2.3	Trapèze . . . . .	343
6.9.2.4	Parabole . . . . .	343
6.9.3	Forme symbolique des intégrales de Mohr . . . . .	343
6.9.3.1	Principe . . . . .	343
6.9.3.2	Projection du centre de gravité sur un segment de droite . . . . .	343
6.9.4	Quelques exemples . . . . .	344
6.9.5	Table des principales intégrales de Mohr . . . . .	345
6.10	Résumé . . . . .	346
<b>7</b>	<b>Méthode des forces</b>	<b>347</b>
7.1	Objet . . . . .	347
7.2	Hypothèses . . . . .	347
7.3	Hyperstaticité . . . . .	348
7.3.1	Définition . . . . .	348
7.3.2	Propriétés . . . . .	348
7.3.3	Degré d'hyperstaticité . . . . .	348
7.4	Structure isostatique associée . . . . .	348
7.5	Décomposition de la structure isostatique associée . . . . .	350



7.6	Détermination des inconnues hyperstatiques . . . . .	352
7.7	Algorithme d'étude d'une structure par la méthode des forces . . . . .	353
7.8	Formule des trois moments (Clapeyron) . . . . .	354
7.8.1	Théorie . . . . .	354
7.8.2	Application . . . . .	358
7.8.2.1	Rotations courantes . . . . .	358
7.8.2.2	Logigramme d'étude . . . . .	358
7.9	Cas spéciaux . . . . .	359
7.9.1	Poutre bi-encastree . . . . .	359
7.9.1.1	Moments de blocage dus à un effort concentré . . . . .	360
7.9.1.2	Cas particulier de la charge centrée . . . . .	361
7.9.1.3	Cas d'une force répartie quelconque . . . . .	362
7.9.1.4	Cas particulier de la charge répartie uniforme . . . . .	362
7.9.2	Dénivellation d'appui . . . . .	362
7.9.2.1	Réaction d'appui due à la dénivellation . . . . .	363
7.9.2.2	Variation de la réaction d'appui sous l'effet du chargement extérieur . . . . .	364
7.9.2.3	Conclusion . . . . .	365
7.9.3	Appui élastique . . . . .	365
7.9.3.1	Méthodologie . . . . .	365
7.9.3.2	Exemple . . . . .	366
7.9.4	Chargement thermique . . . . .	367
7.9.4.1	Dilatation thermique libre . . . . .	367
7.9.4.2	Loi de Hooke-Duhamel . . . . .	369
7.9.4.3	Courbure thermique libre d'une poutre soumise à un gradient de température . . . . .	370
7.9.4.4	Principe de résolution d'un problème thermo-hyperstatique . . .	371
7.9.4.5	Exemple . . . . .	372
7.9.5	Précontrainte externe . . . . .	373
7.10	Treillis hyperstatiques . . . . .	377
7.10.1	Principe général d'étude . . . . .	377
7.10.2	Exemple d'un treillis deux fois hyperstatique . . . . .	379
7.11	Résumé . . . . .	382
<b>8</b>	<b>Méthode des déplacements</b> . . . . .	<b>383</b>
8.1	Objet . . . . .	383
8.2	Hypothèses . . . . .	384
8.3	Définitions et conventions . . . . .	384
8.3.1	Géométrie . . . . .	385
8.3.1.1	Repère global . . . . .	385
8.3.1.2	Repères locaux . . . . .	385

8.3.1.3	Vue éclatée . . . . .	385
8.3.2	Déplacements . . . . .	386
8.3.2.1	Deux types de déplacements . . . . .	386
8.3.2.2	Dépendance entre les translations . . . . .	388
8.3.2.3	Dépendance entre les rotations . . . . .	388
8.3.2.4	Degré de liberté (DDL) . . . . .	389
8.3.3	Forces et efforts . . . . .	390
8.3.3.1	Actions extérieures . . . . .	390
8.3.3.2	Forces nodales . . . . .	390
8.3.3.3	Sollicitations . . . . .	391
8.4	Équations intrinsèques . . . . .	392
8.4.1	En l'absence d'action agissant sur la barre . . . . .	392
8.4.1.1	Sollicitations produites par les forces nodales . . . . .	392
8.4.1.2	Relation forces nodales, déplacements . . . . .	393
8.4.1.3	Matrice de rigidité élémentaire . . . . .	395
8.4.1.4	Prise en compte des déformations d'effort tranchant . . . . .	396
8.4.2	En présence d'actions agissant sur la barre . . . . .	397
8.4.2.1	Définition des efforts de blocage . . . . .	397
8.4.2.2	Calcul des efforts de blocage . . . . .	398
8.4.2.3	Exemples de forces de blocage . . . . .	401
8.4.2.4	Prise en compte des forces de blocage . . . . .	402
8.4.2.5	Champ de déplacement approximé . . . . .	403
8.4.3	Considérations énergétiques . . . . .	404
8.4.3.1	Énergie élastique exacte $W_e$ . . . . .	404
8.4.3.2	Énergie élastique nodale ou approchée $\overline{W}_e$ . . . . .	405
8.4.3.3	Énergie élastique résiduelle $W_e^0$ . . . . .	406
8.5	Condensation statique . . . . .	408
8.6	Équations d'équilibre . . . . .	409
8.6.1	Cas où $\varepsilon(x)$ est prise en compte . . . . .	409
8.6.2	Cas où $\varepsilon(x)$ n'est pas prise en compte . . . . .	410
8.7	Assemblage matriciel . . . . .	411
8.7.1	Cas où $\varepsilon(x)$ est prise en compte . . . . .	411
8.7.1.1	Dénombrement des DDL . . . . .	411
8.7.1.2	Équations d'équilibre . . . . .	412
8.7.1.3	Classement des équations et des DDL . . . . .	412
8.7.2	Cas où $\varepsilon(x)$ est négligée . . . . .	413
8.7.2.1	Réduction du nombre de DDL . . . . .	413
8.7.2.2	Équations d'équilibre « complémentaires » . . . . .	413
8.7.3	Énergie élastique emmagasinée dans l'ossature . . . . .	414
8.7.4	Forces généralisées (vecteur second membre) . . . . .	415

8.7.4.1	Interprétation . . . . .	415
8.7.4.2	Calcul des forces généralisées . . . . .	416
8.8	Algorithme d'étude . . . . .	421
8.9	Exemples . . . . .	424
8.9.1	Petit treillis rectangulaire, prise en compte des $\varepsilon_k$ . . . . .	424
8.9.2	Demi-portique soumis à un champ de température . . . . .	427
8.9.3	Portique à jambage, hypothèse $\varepsilon_k = 0$ . . . . .	429
8.10	Non-unicité du choix des DDL . . . . .	436
8.10.1	Changement de base . . . . .	436
8.10.1.1	Matrice de passage . . . . .	437
8.10.1.2	Vecteur force généralisée . . . . .	437
8.10.1.3	Matrice de rigidité . . . . .	437
8.10.2	Exemple : demi-portique à traverse oblique . . . . .	437
8.10.2.1	Description de l'ossature, choix des paramètres . . . . .	437
8.10.2.2	Matrice de passage . . . . .	438
8.10.2.3	Forces généralisées . . . . .	440
8.10.2.4	Interprétation . . . . .	440
8.10.3	Conclusion . . . . .	440
8.10.3.1	Statique : forces extérieures connues . . . . .	440
8.10.3.2	Sismique : forces extérieures inconnues . . . . .	440
8.11	PyBar : un logiciel didactique . . . . .	441
8.11.1	Introduction . . . . .	441
8.11.2	Téléchargement et installation . . . . .	442
8.11.3	Prise en main : exemple . . . . .	442
8.12	Résumé . . . . .	445
<b>9</b>	<b>Éléments de stabilité élastique</b> . . . . .	<b>447</b>
9.1	Objet . . . . .	447
9.2	Postulat de Drucker et théorème de Lejeune-Dirichlet . . . . .	448
9.2.1	Postulat de Drucker . . . . .	448
9.2.2	Théorème de Lejeune-Dirichlet . . . . .	450
9.3	Stabilité des assemblages élastiques de solides rigides . . . . .	452
9.3.1	Systèmes à un DDL . . . . .	452
9.3.1.1	Système à un seul élément, élasticité linéaire . . . . .	452
9.3.1.2	Système à un seul élément, élasticité non linéaire . . . . .	454
9.3.1.3	Systèmes à ressorts comprimés . . . . .	455
9.3.2	Systèmes à $N$ DDL . . . . .	458
9.3.2.1	Colonne à deux DDL . . . . .	458
9.3.2.2	Généralisation, systèmes linéarisés . . . . .	460
9.3.2.3	Portique à trois DDL . . . . .	461
9.3.2.4	Structure à déformée triviale non nulle . . . . .	466

9.4	Flambement des poutres droites . . . . .	473
9.4.1	Méthode d'Euler . . . . .	473
9.4.1.1	Poutre bi-articulée . . . . .	473
9.4.1.2	Poutre console . . . . .	476
9.4.1.3	Autres conditions aux limites . . . . .	478
9.4.2	Prise en compte de la valeur exacte de la courbure . . . . .	479
9.5	Non-linéarité géométrique dans les structures . . . . .	481
9.5.1	Méthode des grands déplacements . . . . .	481
9.5.1.1	Hypothèses . . . . .	481
9.5.1.2	Équilibre d'un tronçon de poutre déformée . . . . .	482
9.5.1.3	Équilibre global de la poutre déformée . . . . .	483
9.5.1.4	Loi de comportement . . . . .	483
9.5.1.5	Équation différentielle de la déformée . . . . .	483
9.5.1.6	Conditions aux limites . . . . .	483
9.5.1.7	Déplacement transversal $v(x)$ , cas où $N_{ij} > 0$ (compression) . . .	483
9.5.1.8	Rotations $\omega(x)$ des plans de section droite . . . . .	485
9.5.1.9	Loi de comportement en moment d'un élément de poutre en grands déplacements . . . . .	485
9.5.1.10	Effort normal et déformation . . . . .	487
9.5.1.11	Bilan des lois de comportement . . . . .	488
9.5.1.12	Étude de variation de la fonction $k(u)$ . . . . .	489
9.5.1.13	Cas où la poutre est tendue $N_{ij} < 0$ . . . . .	490
9.5.1.14	Méthodologie d'étude . . . . .	491
9.5.1.15	Exemple 1 : poutre bi-articulée soumise à un effort axial compressif . . . . .	491
9.5.1.16	Exemple 2 : T inversé . . . . .	492
9.5.2	Méthode approchée de Rayleigh-Timoshenko . . . . .	496
9.5.2.1	Objectif . . . . .	496
9.5.2.2	Équation générale . . . . .	496
9.5.2.3	Approximation du champ de déplacement par un motif de bifurcation . . . . .	498
9.5.2.4	Approximation du champ de déplacement par une combinaison de motifs . . . . .	503
9.6	Bibliographie . . . . .	508

## Chapitre 1

# Discours liminaire

## 1.1 Ouvrage

Le présent livre porte sur le calcul des ouvrages ; il s'adresse aux étudiants inscrits dans une filière de formation de génie civil. Un ouvrage peut désigner différents types de constructions : ponts, soutènements, barrages, tunnels, stades, bâtiments, infrastructures électriques, pour en citer les principaux.

Un ouvrage possède une fonction principale pour laquelle il est érigé : abriter du public et des œuvres (dans un musée, une bibliothèque), assurer le trafic (pont, tunnel), contenir les eaux (barrage, réservoir), etc.

À cette fonction principale s'adjoignent des fonctions secondaires : protéger du froid, du bruit, des intempéries, fournir un confort thermique, de l'éclairage, garantir des flux d'information, etc. Ces fonctions sont, pour la plupart, assurées par des équipements dont l'étude n'est pas couverte par cet enseignement (voir pour cela un cours de thermique, d'éclairagisme, de conditionnement d'air).

Sont ainsi distingués :

### 1. La structure de l'ouvrage

Son rôle est de « reprendre » les charges d'origine mécanique (ou parfois thermique) et de transmettre ces efforts au sol. Naturellement, sa durabilité doit être assurée de sorte à résister aux agressions physicochimiques de son environnement ;

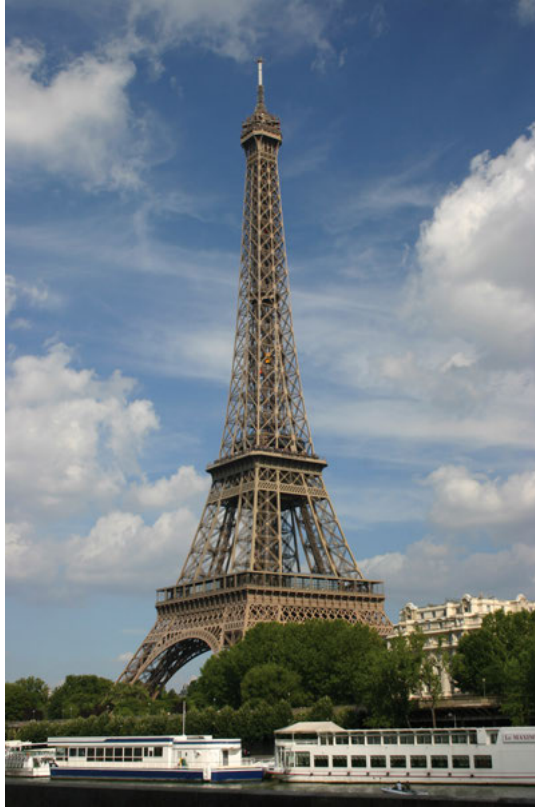
### 2. L'enveloppe

Son rôle est de fermer l'ouvrage et d'en assurer l'étanchéité à l'air et à l'eau pour en protéger le contenu et en assurer pour partie le confort thermique et acoustique. Il arrive parfois que l'enveloppe assure aussi une fonction structurale (par exemple, une voûte peut assurer le report de son poids et des charges climatiques vers le sol tout en garantissant une bonne étanchéité) ;

### 3. Les équipements

Ils pourvoient aux fonctions de ventilation, de climatisation, d'éclairage, de fourniture d'électricité et d'eau, de sécurité, de gestion des déchets et des eaux usées, etc.

La portée du présent livre est celle du calcul des structures.



**FIGURE 1.1.** La tour Eiffel peut être considérée en première approximation comme une poutre de 324 m de haut ou, alternativement, comme un assemblage de plus de 18 000 pièces métalliques. Photo : Benh Lieu Song ([https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tour\\_Eiffel\\_Wikimedia\\_Commons.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Tour_Eiffel_Wikimedia_Commons.jpg)).

## 1.2 Typologie des éléments de structure

Les éléments de structure peuvent être classés selon leur typologie géométrique. Cette approche est pertinente dans la mesure où chaque typologie conduit à une méthode (une « théorie ») particulière. Sont ainsi distingués des éléments de structure tridimensionnels, bidimensionnels et monodimensionnels.

### 1.2.1 Éléments 3D

Les éléments tridimensionnels sont des parties de structure compactes dont les trois dimensions sont du même ordre de grandeur. Il en est ainsi des massifs de fondation superficielle dont le rôle est de transmettre au sol les efforts supportés par l'ossature. Un autre exemple de pièce 3D est le corbeau dont la fonction est de constituer un appui de poutre. Le sol, enfin, en tant que massif semi-infini, peut être considéré en tant qu'élément tridimensionnel.



**FIGURE 1.2.** *Le viaduc de Millau et sa structure très aérienne.  
Photo : © Shutterstock/PHB.cz (Richard Semik).*

Le calcul de ces pièces massives et compactes relève de la mécanique des milieux continus (MMC) qui permet d'évaluer le champ de contraintes régnant en leur sein. Naturellement, en pratique, cette théorie de la MMC est aménagée pour tenir compte de la spécificité du matériau constructif : les « règles de calcul » du béton armé propres au calcul des fondations et, pour le sol, les règles de la mécanique des sols devront alors être appliquées.



**FIGURE 1.3.** *Les massifs de fondation des jambages métalliques (à gauche) et un nœud massif de jonction de poutres (à droite) sont des pièces compactes (éléments 3D). © Pierre Engel*

### 1.2.2 Éléments 2D

Les éléments de structure bidimensionnels présentent une dimension notablement plus petite que les deux autres. De tels éléments forment une surface assortie d'une épaisseur.

Les éléments 2D sont très courants en construction civile. On peut encore les distinguer par leur forme :

1. Ils peuvent être « gauches » et former assez couramment une surface réglée (générée par le mouvement d'une règle dans l'espace). Il s'agit de « coques ». Alors qu'en mécanique des milieux continus le champ de déplacement s'exprime dans l'espace 3D à l'aide de trois coordonnées de l'espace, pour les milieux bidimensionnels, seules deux coordonnées suffisent. La complexité du problème s'en trouve réduite<sup>1,2</sup>. C'est la raison pour laquelle les ingénieurs ont développé une méthode de calcul spécifique appelée « théorie des coques ». Une théorie encore plus simplifiée existe et se nomme « théorie des membranes ». De nouveau, cette (ces) théorie(s) sont aménagée(s) pour tenir compte du parti constructif.



**FIGURE 1.4.** Couverture d'ouvrage en coque (à gauche) et silo (à droite) : tous deux sont des éléments de coque (éléments 2D gauches). © DR et Pierre Engel.

2. Les éléments 2D peuvent être « plans » et s'inscrire, justement, dans un plan euclidien. Les éléments bidimensionnels plans sont appelés « plaques », aussi leur calcul relève-t-il de la « théorie des plaques »<sup>3,4</sup>. Une telle théorie résulte de la théorie générale de la mécanique des solides à laquelle sont adjointes des hypothèses supplémentaires prenant en compte la géométrie plane du corps étudié. Ces hypothèses ont l'avantage de simplifier (dans une certaine

1. Naturellement, il convient de connaître les mathématiques des surfaces.

2. La théorie des coques n'est pas abordée dans ce livre. Le lecteur intéressé par la question pourra consulter la référence *Résistance des matériaux et structures*, tome 1. *Milieux continus solides, plaques et coques* de Serge Laroze, Eyrolles, ISBN 2-225-66110-3.

3. Une plaque fonctionne en flexion ; elle ne peut donc pas être étudiée par des méthodes en « contraintes planes » abordées dans un cours de mécanique du solide.

4. Une plaque, même si elle est rectangulaire et appuyée sur deux côtés opposés, n'a pas exactement le comportement d'une juxtaposition de poutres ; une théorie dédiée est donc totalement justifiée.



mesure) la mise en œuvre de la théorie générale, mais présentent aussi l'inconvénient d'en réduire la portée. Les théories simplifiées sont donc aussi des théories dégradées. En construction civile, toutefois, les sources d'incertitude ne manquent pas : inexactitude des théories, incertitudes sur la géométrie, sur les propriétés des matériaux, aléas d'exécution, méconnaissance de la distribution des charges permanentes et climatiques, etc. Toutes ces incertitudes sont prises en compte dans des modèles semi-probabilistes intégrés dans les règles de calcul normalisées au niveau européen.

Les plaques du bâtiment sont le plus souvent matérialisées sous la forme de « voiles » verticaux et de « planchers » horizontaux.



**FIGURE 1.5.** Les pré-voiles jumeaux préfabriqués (à gauche) et les planchers en béton d'un immeuble en construction (à droite) constituent des « plaques » au sens de la mécanique du solide. Ce sont des éléments de structure bidimensionnels et plans. © Pierre Engel.

### 1.2.3 Éléments 1D

Les éléments monodimensionnels présentent deux dimensions très sensiblement plus petites que la troisième. La « grande » dimension est significative de la longueur de l'élément. Les « petites » dimensions, prises ensemble perpendiculairement à la grande dimension, constituent un plan de section droite et confèrent de l'« épaisseur » à l'élément monodimensionnel.

En première approximation, le champ de déplacement ne dépend plus que d'une seule coordonnée de l'espace : cette coordonnée est l'abscisse curviligne mesurée le long de la grande dimension. Cette approximation, jointe à des hypothèses qui seront détaillées dans ce livre, permet de générer une théorie particulièrement adaptée au calcul des éléments 1D : c'est la « théorie des poutres ».

1. Si l'élément 1D est courbe et s'inscrit dans un plan, on dit qu'il constitue un « arc ». De tels éléments de structure sont employés, par exemple, en couverture de halls de sport ou pour porter des tabliers de pont. Des éléments de structure courbes non inscrits dans le plan existent aussi en pratique ; le limon d'une rampe hélicoïdale en constitue un exemple parmi d'autres.
2. Lorsque l'élément 1D n'autorise, du fait de sa grande souplesse, que la transmission d'un effort axial – plus précisément un effort tangent –, on le qualifie de « câble ». Un câble a ceci de particulier qu'il adopte naturellement une forme



**FIGURE 1.6.** Les arcs en bois (à gauche) ou en béton (à droite) constituent des éléments de structure longiformes courbes (éléments 1D courbes).  
© Pierre Engel.

compatible avec son équilibre lorsqu'il est soumis à des actions extérieures (poids propre, neige, charges ponctuelles).



**FIGURE 1.7.** Les câbles à haute tension (à gauche) doivent supporter leur poids propre et, le cas échéant, une charge de glace. Il en est de même pour les câbles des téléphériques (à droite) ou encore des câbles qui supportent le filet de l'Arche de la Défense à Paris, par exemple. Ce sont des éléments longiformes courbes dont la forme s'accommode – on dit « funiculairement » – du système de charge (éléments 1D courbes). © Shutterstock / Ingrid Petitjean.

- Enfin, lorsque l'élément 1D est rectiligne il est qualifié de « poutre » de façon tout à fait générale. La terminologie employée en construction civile pour désigner des éléments de structure monodimensionnels et rectilignes est riche : poutre (souvent horizontale), buton (en compression), jambage (incliné), poteau (vertical), linteau (au dessus d'une ouverture), lisse, bracon, longrine, pieux, tirant, etc. Il n'en reste pas moins que les moyens d'étude sont communs et relèvent de la « théorie des poutres ».

La théorie des poutres constitue une bonne partie du présent enseignement. La poutre est en effet la « brique » élémentaire d'une structure et il s'avère fort utile de pouvoir caractériser un composant seul avant d'entreprendre l'étude de l'ensemble.



**FIGURE 1.8.** Les poutres et les poteaux d'une ossature en métal (à gauche) ou en béton armé (à droite) constituent des poutres au sens de la théorie des poutres : ce sont des éléments longiformes rectilignes (éléments 1D droits).  
© Pierre Engel et Shutterstock / Budimir Jevtic.

### 1.3 Contexte réglementaire

Les Eurocodes sont les normes européennes de conception, de dimensionnement et de justification des structures de bâtiment et de génie civil. Ils ont pour but d'harmoniser les techniques de construction en Europe afin de permettre le libre accès des entreprises de travaux ou des bureaux d'études techniques aux marchés des autres États membres. Ils sont rédigés au sein du Comité européen de normalisation (CEN) par le comité technique CEN/TC 250 « Eurocodes structuraux », présidé par l'Allemagne. Les Eurocodes sont également adoptés par certains pays n'appartenant pas à la Communauté européenne, en Europe même ou en Afrique.

Les Eurocodes constituent le moyen obligatoire de conception des structures de bâtiments et ouvrages de génie civil. Ils ont donc une importance essentielle à la fois pour le secteur de la conception des ouvrages et pour l'industrie du bâtiment et des travaux publics.

Les deux premiers Eurocodes E0 et E1 sont relatifs aux « Bases de calcul des structures » et aux « Actions sur les structures (générales et bâtiments) ». Ces deux normes, qui posent les bases du calcul semi-probabiliste, sont les premières d'un ensemble de normes portant également sur les ouvrages en béton, les constructions en acier, les ouvrages mixtes acier-béton, les structures en bois, les structures en maçonnerie, les ossatures en aluminium, les ouvrages de géotechnique et les règles de conception parasismique.

Ces codes permettent de concevoir des ouvrages et de contrôler la conformité aux exigences essentielles de « résistance mécanique et stabilité », de « sécurité d'utilisation », de « sécurité en cas d'incendie », ainsi que de « durabilité ».

Chaque Eurocode comporte une annexe nationale qui singularise les valeurs des coefficients selon les spécificités locales.

Dix Eurocodes sont disponibles :

- Eurocode 0 : Bases de calcul des structures (EN 1990)
- Eurocode 1 : Actions sur les structures (EN 1991)
- Eurocode 2 : Calcul des structures en béton (EN 1992)

- Eurocode 3 : Calcul des structures en acier (EN 1993)
- Eurocode 4 : Calcul des structures mixtes acier-béton (EN 1994)
- Eurocode 5 : Conception et calcul des structures en bois (EN 1995)
- Eurocode 6 : Calcul des ouvrages en maçonnerie (EN 1996)
- Eurocode 7 : Calcul géotechnique (EN 1997)
- Eurocode 8 : Calcul des structures pour leur résistance aux séismes (EN 1998) <sup>5</sup>
- Eurocode 9 : Calcul des structures en aluminium (EN 1999)

Chaque Eurocode est constitué d'une partie générale (partie 1-1), d'une partie concernant l'incendie (partie 1-2), d'une partie 2 concernant les ponts (si d'application) et d'autres parties spécifiques. En France, les Eurocodes sont publiés par l'Association française de normalisation, l'Afnor, ce que l'indicatif national NF devant le numéro de la norme précise. Exemple : NF EN 1991-1-1.

Les normes sont des documents d'application qui nécessitent pour leur compréhension et leur bon usage de connaître les théories sous-jacentes : mécanique des milieux continus, théorie des poutres, dynamique des structures, mécanique du sol, béton armé, etc. Vous ne trouverez cependant aucune allusion explicite à ces théories dans les normes ; elles ne constituent pas vraiment des documents pédagogiques !

La plupart des Eurocodes ci-dessus sont fortement fondés sur la théorie des poutres – entre autres théories – à laquelle ils apportent des compléments liés au matériau constitutif. Ainsi la loi de comportement du matériau, l'endommagement, la plasticité, le fluage, la relaxation, le retrait, la fatigue sont-ils intégrés dans les règles de calcul.

Il faut donc considérer la théorie des poutres et, au-delà, les méthodes de calcul décrites dans ce livre comme étant les fondements des règles de calcul internationales. Tout ingénieur se doit impérativement de les connaître, de les assimiler et de les maîtriser parfaitement.

## 1.4 Les exigences du calcul des ouvrages

### 1.4.1 Exigence à caractère mécanique

L'ingénieur qui conçoit une structure doit veiller à quatre exigences d'ordre mécanique déclinées comme suit :

1. l'équilibre ;
2. la stabilité ;
3. la résistance ;
4. la déformabilité.

Dans ce chapitre liminaire, l'auteur s'attache à introduire ces notions de façon qualitative, le formalisme mécanique et mathématique nécessaire à la conduite des calculs étant précisé dans les chapitres suivants de cet ouvrage.

---

5. L'application de cette norme est obligatoire depuis mai 2012.