



Maths

Josyane Curel
Professeur agrégé

Paul Fauvergue
Inspecteur général honoraire

André Sarnette
Professeur agrégé

Mode d'emploi

Le **BLED Collège** est l'ouvrage de référence qui vous accompagnera tout au long de votre scolarité.

L'ensemble des programmes de mathématiques de la 6^e à la 3^e est traité à travers 136 leçons claires et structurées.

En page de gauche,
le cours expliqué
simplement

De nombreux exemples
pour bien comprendre

Des encadrés qui
attirent l'attention sur
une difficulté ou un
point de cours

108 Trigonométrie : calculs d'angles

Cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle

► Le **cosinus** d'un angle $\hat{A}$ se note $\cos \hat{A}$.
Dans un triangle ABC rectangle en B, on a :

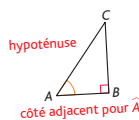
$$\cos \hat{A} = \frac{\text{côté adjacent pour } \hat{A}}{\text{hypoténuse}}$$

ABC est tel que $\hat{B} = 90^\circ$; $AB = 13$ mm et $AC = 22$ mm.

On a :

$$\cos \hat{A} = \frac{\text{côté adjacent pour } \hat{A}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{AC} = \frac{13}{22}$$

La séquence $13 \div 22 = (\cos^{-1})$ donne $\hat{A} \approx 54^\circ$.



En savoir plus

- Le cosinus d'un angle aigu est un nombre compris entre 0 et 1.
- Le sinus d'un angle aigu est un nombre compris entre 0 et 1.

Sinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle

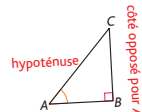
► Le **sinus** d'un angle $\hat{A}$ se note $\sin \hat{A}$.
Dans un triangle ABC rectangle en B, on a :

$$\sin \hat{A} = \frac{\text{côté opposé pour } \hat{A}}{\text{hypoténuse}}$$

ABC est tel que $\hat{B} = 90^\circ$; $BC = 18$ mm et $AC = 24$ mm.

$$\text{On a : } \sin \hat{A} = \frac{\text{côté opposé pour } \hat{A}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BC}{AC} = \frac{18}{24}$$

La séquence $18 \div 24 = (\sin^{-1})$ donne $\hat{A} \approx 49^\circ$.



Tangente d'un angle aigu d'un triangle rectangle

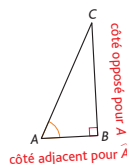
► La **tangente** d'un angle $\hat{A}$ se note $\tan \hat{A}$.
Dans un triangle ABC rectangle en B, on a :

$$\tan \hat{A} = \frac{\text{côté opposé pour } \hat{A}}{\text{côté adjacent pour } \hat{A}}$$

ABC est tel que $\hat{B} = 90^\circ$; $BC = 2,8$ cm et $AB = 1,4$ cm.

$$\text{On a : } \tan \hat{A} = \frac{\text{côté opposé pour } \hat{A}}{\text{côté adjacent pour } \hat{A}} = \frac{BC}{AB} = \frac{2,8}{1,4} = 2$$

La séquence $2,8 \div 1,4 = (\tan^{-1})$ donne $\hat{A} \approx 63^\circ$.



À savoir

- $\tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$
- $(\sin \hat{A})^2 + (\cos \hat{A})^2 = 1$.

Un formulaire numérique

Des onglets de couleurs différentes pour repérer chaque partie

Exercices d'application

 Il est conseillé de faire une figure pour chaque cas.

On sait que, dans un triangle rectangle, $\widehat{M} + \widehat{P} = 90^\circ$. Cela permet de calculer $\widehat{P}$ à partir de $\widehat{M}$.

la formule :

$$\sin \hat{M} = \frac{1,8}{3} = 0,6 ; \hat{M} \approx 37^\circ ; \hat{P} \approx 53^\circ \text{ car } 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ.$$

Cela est général : pour deux angles aigus complémentaires, le cosinus de l'un est égal au sinus de l'autre.

Voir aussi fiches 105, 106 et 107

Espace et géométrie

Les corrigés des exercices

Formulaire numérique

Puissances

- a est un nombre relatif non nul et n un entier naturel.

$$a^0 = 1, \dots, a \quad (a \text{ facteur } (n+1) \text{ fois}) \quad a^n = \underbrace{a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$$
- L'inverse de a^n se note $\frac{1}{a^n}$ ou a^{-n} .
- a étant un nombre relatif non nul et m et n des entiers relatifs, on a :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad (a^m)^n = a^{m \times n} \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$
- a et b étant des nombres relatifs non nuls et n un entier relatif, on a :

Quotients

- L'écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ désigne le quotient de a par b ; le dénominateur b est différent de 0.
- Quel que soient b et k différents de zéro, on a :

$\frac{A_1}{B_1} = \frac{A_2}{B_2} = \frac{A_3}{B_3}$

- Quelles que soient b et c , différentes de zéro, on a :

$$\frac{\frac{A_1}{B_1}}{\frac{A_2}{B_2}} = \frac{\frac{A_1}{B_1}}{\frac{A_3}{B_3}} = \frac{\frac{A_2}{B_2}}{\frac{A_3}{B_3}}$$
- Quelles que soient b , c et d , différentes de zéro, on a :

$$\frac{\frac{A_1}{B_1}}{\frac{A_2}{B_2}} = \frac{A_1}{B_1} \cdot \frac{B_2}{A_2} = \frac{A_1 B_2}{B_1 A_2}$$
- Si $A_1 = A_2 = A_3$ alors on a $a=b=c$ et réciproquement.

- La racine a-t-elle un carré parfait, l'écriture $\sqrt{x}$ désigne le nombre positif dont le carré est x .
Donc : $(\sqrt{x})^2 = x$.
- Si x est positif, alors : $\sqrt{x^2} = x$.
- $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ ($a \geq 0$ et $b \geq 0$).

Identités remarquables

$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$	$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$	$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$
-------------------------------	-------------------------------	------------------------------

De gauche à droite, ces entités permettent de **développer**.
 De droite à gauche, ces entités permettent de **factoriser**.

Un formulaire de géométrie

Formulaire de géométrie

Périmètres

Carré $p = 4 \times c$
 Rectangle $p = 2 \times (l + f)$
 Triangle $p = c_1 + c_2 + c_3$
 Parallélogramme $p = 2 \times (b_1 + b_2)$
 Disque $p = 2 \times r \times \pi$

Diagram illustrating the basic shapes and their dimensions:

- Carré** (Square): Side length a , Area $A = a^2$.
- Rectangle**: Length L , Width l , Area $A = L \times l$.
- Triangle**: Base b , Height h , Area $A = \frac{b \times h}{2}$.
- Parallélogramme** (Parallelogram): Base b , Height h , Area $A = b \times h$.
- Disque** (Disk): Radius r , Area $A = \pi \times r^2$.

Volumen



Kube
 $V = a^3$



Parallelepiped
 $V = a \cdot b \cdot c$



Zylinder
 $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$



Kugel
 $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$



Kegel
 $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$



Pyramide
 $V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Grundfläche}} \cdot h$

Un **index détaillé**
pour trouver rapidement
l'information cherchée

Index

[illegible]

Sommaire

La classe de 6^e est la fin du cycle 3 ; la mention **À partir de la 6^e** signifie que la notion devra être abordée avant la fin du cycle 3. Le cycle 4 contient les classes de 5^e, 4^e et 3^e. La répartition des notions entre les trois classes est, sauf exceptions, laissée au choix des équipes pédagogiques. Les mentions **À partir de la 5^e** et **À partir de la 4^e** répondent à un choix des auteurs. La mention **À partir de la 3^e** indique que la notion devra être abordée en fin de cycle 4.

Notations – Unités8

NOMBRES ET CALCULS

Nombres arithmétiques

1	Numération décimale À partir de la 6^e	10
2	Multiplier ou diviser par 10 ; 100... ; 0,1 ; 0,01 À partir de la 6^e	12
3	Écritures décimales et fractionnaires À partir de la 6^e	14
4	Écritures avec puissances de 10 À partir de la 4^e	16
5	Comparaison des décimaux À partir de la 6^e	18
6	Approximations décimales À partir de la 6^e	20
7	Arrondis À partir de la 6^e	22
8	Opérations (+, −, ×) en écriture décimale À partir de la 6^e	24
9	Opérations (+, −, ×) avec des fractions décimales À partir de la 6^e	26
10	Division euclidienne À partir de la 6^e	28
11	Division d'un décimal À partir de la 6^e	30
12	Division et problèmes À partir de la 6^e	32
13	Multiples et diviseurs À partir de la 6^e	34
14	Nombres premiers À partir de la 3^e	36
15	Fraction irréductible À partir de la 3^e	38
16	Comparaison des quotients À partir de la 5^e	40

17	Addition et soustraction des quotients À partir de la 5^e	42
18	Multiplication et division des quotients À partir de la 4^e	44
19	Règles et priorités de calcul À partir de la 5^e	46
20	Distributivité À partir de la 5^e	48
21	Usage de la calculatrice À partir de la 6^e	50
22	Usage d'un tableau À partir de la 5^e	52
23	Racines carrées À partir de la 4^e	54
24	Calculs avec radicaux À partir de la 3^e	56

Nombres relatifs

25	Nombres relatifs – Droite graduée À partir de la 5^e	58
26	Repérage dans le plan À partir de la 5^e	60
27	Comparaison et inégalités À partir de la 4^e	62
28	Addition et soustraction des nombres relatifs À partir de la 5^e	64
29	Multiplication des nombres relatifs À partir de la 4^e	66
30	Puissances À partir de la 4^e	68
31	Quotients de nombres relatifs À partir de la 4^e	70
32	Parenthèses et priorités À partir de la 4^e	72

■ Calcul littéral

33	Sommes algébriques	À partir de la 4 ^e	74
34	Addition et soustraction des sommes algébriques	À partir de la 4 ^e	76
35	Multiplication des sommes algébriques	À partir de la 4 ^e	78
36	Identités remarquables	À partir de la 3 ^e	80
37	Développer	À partir de la 3 ^e	82
38	Factoriser	À partir de la 3 ^e	84
39	Programmes et algorithmes	À partir de la 5 ^e	86

■ Équations – Inéquations – Problèmes

40	Équations élémentaires	À partir de la 5 ^e	88
41	Équations à une inconnue	À partir de la 4 ^e	90
42	On se ramène au premier degré	À partir de la 3 ^e	92
43	On se ramène à une inconnue	À partir de la 3 ^e	94
44	Inéquations élémentaires	À partir de la 4 ^e	96
45	Inéquations à une inconnue	À partir de la 4 ^e	98
46	Problèmes à une inconnue	À partir de la 4 ^e	100
47	Problèmes se ramenant à une inconnue	À partir de la 3 ^e	102

GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS

■ Proportionnalité

48	Multiplier par $\frac{a}{b}$	À partir de la 6 ^e	104
49	Appliquer un pourcentage	À partir de la 6 ^e	106
50	Tableau de proportionnalité	À partir de la 6 ^e	108
51	Reconnaître la proportionnalité	À partir de la 6 ^e	110
52	Graphiques et proportionnalité	À partir de la 5 ^e	112
53	Échelle d'un plan	À partir de la 5 ^e	114
54	Pourcentage	À partir de la 5 ^e	116
55	Pourcentages : calculs et comparaisons	À partir de la 5 ^e	118

■ Fonctions

56	Représentation graphique	À partir de la 4 ^e	120
57	Fonction linéaire	À partir de la 4 ^e	122

58	Fonction linéaire : représentation graphique	À partir de la 4 ^e	124
59	Fonction affine	À partir de la 3 ^e	126
60	Fonction affine : représentation graphique	À partir de la 3 ^e	128
61	Fonctions : image et antécédent	À partir de la 3 ^e	130
62	Utilisation d'une représentation graphique	À partir de la 3 ^e	132

■ Statistiques et probabilités

63	Diagrammes en bâtons et histogrammes	À partir de la 6 ^e	134
64	Diagrammes circulaires	À partir de la 5 ^e	136
65	Fréquence	À partir de la 5 ^e	138
66	Moyenne	À partir de la 5 ^e	140
67	Étendue et médiane	À partir de la 4 ^e	142
68	Fréquence et probabilité	À partir de la 5 ^e	144
69	Probabilité d'un événement	À partir de la 4 ^e	146

GRANDEURS ET MESURES

70	Vitesse moyenne	À partir de la 4 ^e	148	74	Volumes : pavé et prisme	À partir de la 6 ^e	156
71	Grandeurs composées	À partir de la 4 ^e	150	75	Aire et volume du cylindre	À partir de la 5 ^e	158
72	Périmètre et aire du disque	À partir de la 6 ^e	152	76	Volumes : pyramide et cône	À partir de la 4 ^e	160
73	Aires : triangle et parallélogramme	À partir de la 5 ^e	154	77	Volume de la boule et aire de la sphère	À partir de la 4 ^e	162

ESPACE ET GÉOMÉTRIE

— Droite, cercle et angle				94	Somme des angles d'un triangle	À partir de la 5 ^e	196
78	Règle graduée - Longueur	À partir de la 6 ^e	164	95	Constructions de triangles	À partir de la 5 ^e	198
79	Compas, cercle et disque	À partir de la 6 ^e	166	96	Cas d'égalité des triangles	À partir de la 4 ^e	200
80	Perpendiculaires et parallèles	À partir de la 6 ^e	168	97	Triangles et cercles	À partir de la 4 ^e	202
81	Tangentes à un cercle	À partir de la 4 ^e	170	98	Hauteurs du triangle	À partir de la 4 ^e	204
82	Le rapporteur	À partir de la 6 ^e	172	99	Médianes du triangle	À partir de la 4 ^e	206
83	Les angles	À partir de la 6 ^e	174	100	Droite des milieux	À partir de la 4 ^e	208
84	Paires d'angles particulières	À partir de la 5 ^e	176	101	Théorème de Thalès	À partir de la 3 ^e	210
85	Parallèles, sécantes et angles	À partir de la 5 ^e	178	102	Triangles à côtés proportionnels	À partir de la 3 ^e	212
86	Parallélisme et angles	À partir de la 5 ^e	180	103	Réciproque de Thalès	À partir de la 3 ^e	214
87	Bissectrice d'un angle	À partir de la 6 ^e	182	104	Triangles semblables	À partir de la 4 ^e	216
88	Médiatrice d'un segment	À partir de la 6 ^e	184	105	Triangle rectangle	À partir de la 4 ^e	218
89	Inégalité triangulaire	À partir de la 5 ^e	186	106	Théorème de Pythagore	À partir de la 4 ^e	220
90	Rédiger une démonstration	À partir de la 5 ^e	188	107	Prouver qu'un triangle est rectangle	À partir de la 4 ^e	222
— Les triangles				108	Trigonométrie : calculs d'angles	À partir de la 3 ^e	224
91	Triangles : vocabulaire	À partir de la 6 ^e	190	109	Trigonométrie : calculs de longueurs	À partir de la 3 ^e	226
92	Triangle isocèle	À partir de la 6 ^e	192				
93	Triangle équilatéral	À partir de la 6 ^e	194				

■ Les quadrilatères

110	Quadrilatère	À partir de la 6 ^e	228
111	Rectangle	À partir de la 6 ^e	230
112	Losange	À partir de la 6 ^e	232
113	Carré	À partir de la 6 ^e	234
114	Parallélogramme : propriétés	À partir de la 5 ^e	236
115	Parallélogramme : caractérisations	À partir de la 5 ^e	238
116	Reconnaître un rectangle	À partir de la 5 ^e	240
117	Reconnaître un losange	À partir de la 5 ^e	242
118	Reconnaître un carré	À partir de la 5 ^e	244
119	Parallélogramme : synthèse	À partir de la 5 ^e	246

■ Symétries – Translation – Rotation

120	Axe de symétrie	À partir de la 6 ^e	248
121	Symétrie axiale	À partir de la 6 ^e	250
122	Symétrie centrale	À partir de la 5 ^e	252
123	Centre de symétrie	À partir de la 5 ^e	254

124	Translation	À partir de la 4 ^e	256
125	Rotation	À partir de la 4 ^e	258

■ Les solides

126	Parallélépipède rectangle	À partir de la 6 ^e	260
127	Prisme droit	À partir de la 6 ^e	262
128	Cylindre de révolution	À partir de la 5 ^e	264
129	Sections : pavé et cylindre	À partir de la 5 ^e	266
130	Cône de révolution	À partir de la 5 ^e	268
131	Sections planes des cônes	À partir de la 3 ^e	270
132	Pyramide	À partir de la 5 ^e	272
133	Sections planes des pyramides	À partir de la 3 ^e	274
134	Boule et sphère	À partir de la 4 ^e	276
135	La sphère terrestre	À partir de la 4 ^e	278
136	Droites et plans dans l'espace	À partir de la 3 ^e	280

Notations – Unités

Notations utilisées

Pour désigner

► Une droite

nous avons noté

Δ , D ou d
 d' ou d_1
(AB)

ce qui se lit

grand delta, grand d , petit d
petit d prime, petit d indice 1
droite passant par A et B

► Une demi-droite

$[Ax$
 $[AB)$

demi-droite Ax d'origine A
demi-droite d'origine A contenant le point B

► Un segment

$[AB]$

segment d'extrémités A et B

► Une longueur

AB , L ou l

longueur du segment $[AB]$, grand L ou petit l

► Un angle

$\widehat{xOy}$

angle xOy (sommet O ; $[Ox$ et $[Oy$ sont les côtés)

$\widehat{AOB}$

angle AOB (sommet O ; $[OA)$ et $[OB)$ sont les côtés)

$\widehat{O}$

angle de sommet O

► Un arc

$\widehat{AB}$

arc AB

► L'égalité de deux longueurs sur les figures

$/$, $\times$, ou $//$

(cela ne se lit pas)

► L'égalité de deux angles sur les figures



(cela ne se lit pas)

► L'orthogonalité

$\perp$

est perpendiculaire à (entre deux droites)

► Le parallélisme

$//$

est parallèle à (entre deux droites)

► L'égalité (en général)

$=$

« est égal à », « est égale à » ou « égale »

Écriture des symboles d'unités

(Conventions adoptées par l'Association française de normalisation : AFNOR.)

► Le symbole fixé pour une unité ne doit jamais être modifié, notamment en substituant une lettre majuscule à une lettre minuscule.

Écrivez : m km min s (et non : M Km mn sec).

► Un symbole d'unité ne prend jamais la marque du pluriel et il ne peut être suivi d'un point que s'il s'agit du « point final » d'une phrase.

Écrivez : 48 cm 27 min 13 kg (et non : 48 cms 27 min. 13 kgs).

► Dans le système décimal, il faut placer le symbole de l'unité immédiatement après le nombre, complètement écrit, et sur la même ligne que lui.

Écrivez : 48,5 mm 21,7 s (et non : 48-mm,5 21-s,7).

Longueurs

L'unité est le **mètre** (symbole : m).

► Multiples

kilomètre km ; 1 km = 1 000 m

hectomètre hm ; 1 hm = 100 m

décamètre dam ; 1 dam = 10 m

► Sous-multiples

décimètre dm ; 1 dm = 0,1 m

centimètre cm ; 1 cm = 0,01 m

millimètre mm ; 1 mm = 0,001 m

Les unités de longueur « vont » de 10 en 10.

Aires

L'unité est le **mètre carré** (symbole : m²).

► Multiples

kilomètre carré km²

hectomètre carré hm²

décamètre carré dam²

► Sous-multiples

décimètre carré dm²

centimètre carré cm²

millimètre carré mm²

Les unités d'aire « vont » de 100 en 100.

► Mesures agraires

hectare ha ; 1 ha = 100 a = 10 000 m²

are a ; 1 a = 100 m²

centiare ca ; 1 ca = 0,01 a = 1 m²

Volumes

L'unité est le **mètre cube** (symbole : m³).

► Multiples

kilomètre cube km³

hectomètre cube hm³

décamètre cube dam³

► Sous-multiples

décimètre cube dm³

centimètre cube cm³

millimètre cube mm³

Les unités de volume « vont » de 1 000 en 1 000.

Capacités

L'unité est le **litre** (symbole : L).

1 L = 1 dm³.

► Multiples

hectolitre hL ; 1 hL = 100 L = 0,1 m³

décalitre daL ; 1 daL = 10 L

► Sous-multiples

décilitre dL ; 1 dL = 0,1 L

centilitre cL ; 1 cL = 0,01 L

millilitre mL ; 1 mL = 0,001 L = 1 cm³

Les unités de capacité « vont » de 10 en 10.

Masses

L'unité est le **gramme** (symbole : g).

► Multiples

tonne t ; 1 t = 1 000 kg

quintal q ; 1 q = 100 kg

kilogramme kg ; 1 kg = 1 000 g

hectogramme hg ; 1 hg = 100 g

déca-gramme dag ; 1 dag = 10 g

► Sous-multiples

décigramme dg ; 1 dg = 0,1 g

centigramme cg ; 1 cg = 0,01 g

milligramme mg ; 1 mg = 0,001 g

Les unités de masse « vont » de 10 en 10.

Durées

L'unité est la **seconde** (symbole : s).

► Multiples

minute min ; 1 min = 60 s

heure h ; 1 h = 60 min = 3 600 s

jour j ; 1 j = 24 h = 86 400 s

► Sous-multiples

le dixième de seconde ou 0,1 s

le centième de seconde ou 0,01 s

On utilise aussi les divisions décimales de l'heure.

Exemple : 3,3 h = 3 h 18 min.

Angles

L'unité est le **degré d'angle** ou **degré** (symbole : °).

► Multiples

Le degré d'angle est la quatre-vingt-dixième partie de l'angle droit.

Un angle droit vaut 90°.

Un angle plat vaut 180°.

Un angle plein vaut 360°.

► Sous-multiples

le dixième de degré ou 0,1°

le centième de degré ou 0,01°

la minute d'angle ; 1° = 60'

la seconde d'angle ; 1° = 3 600''

Tableau de la numération décimale

Partie entière					Virgule	Partie décimale			
dizaines de mille	unités de mille	centaines	dizaines	unités		dixièmes	centièmes	millièmes	dix-millièmes
5	2	0	1	7	,	4	0	8	9

Ce nombre s'écrit 52 017,408 9.

► Une unité d'une colonne quelconque vaut 10 unités de la colonne située immédiatement à sa droite :

1 centaine vaut 10 dizaines ;

1 dizaine vaut 10 unités ;

1 unité vaut 10 dixièmes ;

1 dixième vaut 10 centièmes.

Comment lire un décimal ?

Il existe deux façons de lire un décimal.

► 1^{re} méthode :

– lire la partie entière et faire suivre du mot « **unité** » ;

– lire la partie décimale comme si elle était entière et faire suivre du nom de la colonne dans laquelle se trouve le dernier chiffre.

5,4 se lit « cinq unités quatre dixièmes ».

42,63 se lit « quarante-deux unités soixante-trois centièmes ».

3,021 se lit « trois unités vingt et un millièmes ».

0,0034 se lit « zéro unité trente-quatre dix-millièmes ».

► 2^{de} méthode :

– lire la partie entière ;

– dire le mot « **virgule** » ;

– et, dans le cas où le chiffre après la virgule n'est pas zéro, lire la partie décimale comme si elle était entière.

5,4 se lit « cinq virgule quatre ».

42,63 se lit « quarante-deux virgule soixante-trois ».

3,021 se lit « trois virgule zéro vingt et un ».

0,0034 se lit « zéro virgule zéro zéro trente-quatre ».



Dans les colonnes où il n'y a pas de chiffre, on peut, selon les besoins, y mettre des zéros.

À savoir

Mille est invariable : 2 000 s'écrit « deux mille ».

Million et milliard s'accordent : 2 000 000 s'écrit « deux millions » et 2 000 000 000 s'écrit « deux milliards ».