

# **MATEMÁTICA A**

Questões de Exames Nacionais  
e de Testes Intermédios

1998-2018

(10.º, 11.º e 12.º anos)

***Edição 2018-2019***

**Com Resoluções e Explicação das Respostas  
aos Itens de Escolha Múltipla**

## ÍNDICE

<b>Apresentação</b> .....	5
<b>Itens de seleção</b> .....	7
Geometria no plano .....	8
Geometria no espaço .....	12
Sucessões .....	17
Cálculo combinatório. Problemas de contagem .....	20
Triângulo de Pascal. Propriedades das combinações .....	24
Binómio de Newton .....	26
Cálculo de probabilidades. Regra de Laplace .....	27
Definição axiomática de probabilidade. Propriedades das probabilidades .....	30
Probabilidade condicionada .....	32
Funções exponenciais e logarítmicas .....	36
Limites. Assíntotas. Continuidade. Teorema de Bolzano-Cauchy. Teorema de Weierstrass .....	43
Derivadas. Teorema de Lagrange .....	58
Funções Trigonométricas .....	73
Complexos .....	82
<b>Itens de construção</b> .....	93
Geometria no plano .....	94
Geometria no espaço .....	98
Sucessões .....	109
Cálculo combinatório. Problemas de contagem .....	110
Cálculo de probabilidades. Regra de Laplace .....	111
Definição axiomática de probabilidade. Propriedades das probabilidades .....	119
Probabilidade condicionada .....	121
Funções exponenciais e logarítmicas .....	129
Limites. Assíntotas. Continuidade. Teorema de Bolzano-Cauchy. Teorema de Weierstrass .....	139
Derivadas. Teorema de Lagrange .....	144
Funções Trigonométricas .....	161
Complexos .....	186

<b>Soluções</b> .....	195
<b>Itens de seleção</b>	
Geometria no plano .....	196
Geometria no espaço .....	199
Sucessões .....	203
Cálculo combinatório. Problemas de contagem .....	205
Triângulo de Pascal. Propriedades das combinações .....	209
Binómio de Newton .....	210
Cálculo de probabilidades. Regra de Laplace .....	211
Definição axiomática de probabilidade. Propriedades das probabilidades .....	214
Probabilidade condicionada .....	215
Funções exponenciais e logarítmicas .....	217
Limites. Assíntotas. Continuidade. Teorema de Bolzano-Cauchy. Teorema de Weierstrass .....	220
Derivadas. Teorema de Lagrange .....	228
Funções Trigonométricas .....	234
Complexos .....	241
<b>Itens de construção</b>	
Geometria no plano .....	248
Geometria no espaço .....	255
Sucessões .....	276
Cálculo combinatório. Problemas de contagem .....	277
Cálculo de probabilidades. Regra de Laplace .....	278
Definição axiomática de probabilidade. Propriedades das probabilidades .....	288
Probabilidade condicionada .....	291
Funções exponenciais e logarítmicas .....	297
Limites. Assíntotas. Continuidade. Teorema de Bolzano-Cauchy. Teorema de Weierstrass .....	308
Derivadas. Teorema de Lagrange .....	316
Funções Trigonométricas .....	346
Complexos .....	383
<b>Formulário</b> .....	400

## **Apresentação**

### **Aos alunos**

Esta publicação apresenta uma seleção de questões incluídas em exames nacionais e testes intermédios.

Para facilitar a organização do teu trabalho, as questões estão agrupadas por temas.

É apresentada a chave de resposta para cada questão, acompanhada por uma breve justificação da escolha correta, assim como propostas de resolução para questões que implicam a elaboração de cálculos ou de justificações. Só deves consultar as soluções após teres tentado resolver as questões.

Embora possas resolver as questões individualmente, sugerimos a possibilidade de trabalhares em conjunto com um ou mais colegas. Colaborando com outros colegas, podes debater as estratégias a adotar e avaliar a sua adequação à resposta pretendida. Podes também resolver cada questão individualmente e depois comparar os teus resultados e processos de resolução com os dos outros colegas.

Recomendamos-te que uses esta publicação ao longo do ano, sendo a resolução das questões uma tarefa complementar de outras que realizes nas aulas ou em casa. Resolvendo as questões, ficarás mais familiarizado(a) com as provas que irás realizar. Também perceberás que se torna mais fácil consolidar o que já aprendeste, identificar as tuas dificuldades e fazer uma melhor autoavaliação do teu trabalho.

A consulta atenta das propostas de resolução pode ajudar-te a compreender melhor como deves resolver cada questão, além de te permitir orientar o teu raciocínio e melhorar a linguagem utilizada nas respostas que implicam a expressão escrita, contribuindo para aumentar a tua confiança nos momentos em que serás avaliado(a).

A resolução das questões ajuda-te a identificar as tuas dificuldades e a aprender com os teus erros, o que aumentará as tuas possibilidades de êxito na realização de testes ou de exames nacionais.

Nas questões em que são apresentadas propostas de resolução, estas poderão não esgotar todas as possibilidades. Há outros processos alternativos igualmente válidos a que tu e os teus colegas podem recorrer. Se isso acontecer e não te sentires confiante com a validade da resolução por ti encontrada, pede ajuda a um professor.

Bom trabalho!

### **Aos pais e encarregados de educação**

Como pai, mãe ou encarregado de educação, deve ter em atenção que esta publicação não se destina somente à preparação para testes ou para exames nacionais nos dias que antecedem a sua realização. Ou seja, esta é uma ferramenta de trabalho que deve ser consultada e usada regularmente ao longo do ano letivo.

A resolução das questões proporciona momentos de verificação e de consolidação do que se aprendeu. Serve também para identificar e diagnosticar, atempadamente, lacunas na aprendizagem. Fazê-lo com a antecedência necessária, permitindo solicitar a intervenção do professor e garantir a possível superação dessas lacunas, constitui talvez uma das maiores vantagens de poder contar com esta publicação como auxiliar na aprendizagem do seu(sua) filho(a) ou educando(a), prevenindo insucessos indesejados num momento formal de avaliação.

### **Aos professores**

O conjunto de coletâneas que o IAVE agora publica, visa principalmente constituir uma ferramenta de trabalho que complementa outros suportes de aprendizagem utilizados pelos alunos.

Tal como referido nas mensagens aos alunos e aos pais e encarregados de educação, são inúmeras as oportunidades e os contextos de utilização desta publicação, dentro ou fora da sala de aula.

Reitera-se a importância de o professor, enquanto figura incontornável na formação académica dos alunos, estimular a utilização regular desta publicação. Pode ainda ser realçada a opção pelo trabalho colaborativo entre alunos, contribuindo assim para minimizar a eventual tendência para um estudo predominantemente centrado na preparação para a realização de avaliações formais, que, como sabemos, não constitui a estratégia mais adequada para uma aprendizagem de qualidade, progressiva e sustentada.

A criação de hábitos de trabalho que levem os alunos a explicitar e a registar as operações mentais desenvolvidas na procura da resposta correta ajuda a promover a metacognição e a desenvolver uma consciência mais profunda das suas dificuldades e potencialidades. Do mesmo modo, a valorização do erro como uma oportunidade para a reflexão e para a consolidação de uma aprendizagem alicerçada num processo cognitivo mais rico constitui uma opção facilitadora da integração de diferentes aprendizagens, do recurso a raciocínios críticos ou da reconstrução e reutilização do que se aprendeu nos mais diversos contextos.

Muitos outros exemplos e sugestões de utilização poderiam aqui ser afluídos, mas, no essencial, espera-se que esta publicação possa constituir um contributo adicional para a melhoria da aprendizagem dos alunos, que é o grande objetivo de todos quantos participam, direta ou indiretamente, no processo educativo.

Helder Diniz de Sousa  
Agosto de 2018

## Geometria no plano

1. De dois vetores  $\vec{p}$  e  $\vec{q}$  sabe-se que têm ambos norma igual a 3 e que  $\vec{p} \cdot \vec{q} = -9$   
 ( $\vec{p} \cdot \vec{q}$  designa o produto escalar de  $\vec{p}$  por  $\vec{q}$ )  
 Indique qual das afirmações seguintes é verdadeira.

(A)  $\vec{p} + \vec{q} = \vec{0}$

(B)  $\vec{p} - \vec{q} = \vec{0}$

(C)  $\vec{p} \perp \vec{q}$

(D) O ângulo dos vetores  $\vec{p}$  e  $\vec{q}$  é agudo

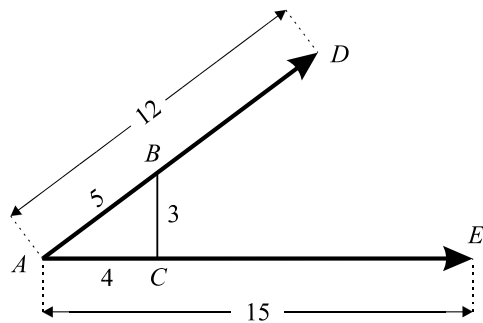
2. Na figura, estão representados dois vetores,  $\vec{AD}$  e  $\vec{AE}$ , de normas 12 e 15, respetivamente.

No segmento de reta  $[AD]$  está assinalado um ponto  $B$

No segmento de reta  $[AE]$  está assinalado um ponto  $C$

O triângulo  $[ABC]$  é retângulo e os seus lados têm 3, 4 e 5 unidades de comprimento.

Indique o valor do produto escalar  $\vec{AD} \cdot \vec{AE}$



(A) 108

(B) 128

(C) 134

(D) 144

3. Considere, num referencial o.n.  $xOy$ , as retas  $r$  e  $s$ , definidas, respetivamente, por:

$$r: (x, y) = (1, 3) + k(2, 0), \quad k \in \mathbb{R} \quad s: y = \frac{3}{4}x + 1$$

Qual é a amplitude, em graus, do ângulo destas duas retas (valor arredondado às unidades)?

(A)  $37^\circ$

(B)  $39^\circ$

(C)  $41^\circ$

(D)  $43^\circ$

4. Considere, num referencial o.n.  $xOy$ , a reta  $r$  de equação  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{5}$   
 Seja  $s$  a reta perpendicular a  $r$  que passa no ponto de coordenadas  $(1, 4)$   
 Qual é a equação reduzida da reta  $s$ ?

(A)  $y = 2x + 2$

(B)  $y = -2x + 6$

(C)  $y = -2x + \frac{5}{3}$

(D)  $y = 2x + \frac{3}{5}$