11

MATEMÁTICA

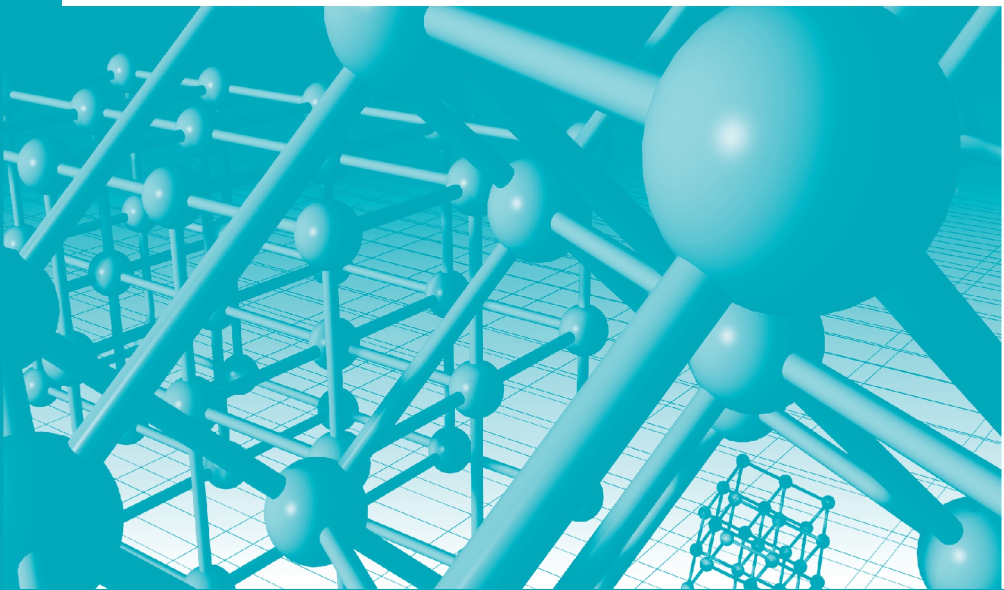
ÁLGEBRA LINEAR

MATRIZES E DETERMINANTES

Vol. 1

EXERCÍCIOS

MANUEL ALBERTO M. FERREIRA



5ª Edição

Colecção Matemática

EDIÇÕES SÍLABO

COLEÇÃO MATEMÁTICA

11

COLEÇÃO MATEMÁTICA

1 – INTEGRAIS MÚLTIPLOS E EQUAÇÕES DIFERENCIAIS
2 – CÁLCULO DIFERENCIAL EM IR^n
3 – PRIMITIVAS E INTEGRAIS
4 – FORMULÁRIO DE MATEMÁTICA
5 – ÁLGEBRA LINEAR Vol. 1 – Matrizes e Determinantes
6 – ÁLGEBRA LINEAR Vol. 2 – Espaços Vectoriais e Geometria Analítica
7 – PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA
8 – CÁLCULO INTEGRAL EM *IR* – PRIMITIVAS
9 – PRIMITIVAS E INTEGRAIS – EXERCÍCIOS
10 – SUCESSÕES E SÉRIES
11 – ÁLGEBRA LINEAR – Exercícios Vol. 1 – Matrizes e Determinantes
12 – CÁLCULO DIFERENCIAL EM *IR*
13 – CÁLCULO DIFERENCIAL EM IR^n – EXERCÍCIOS
14 – ÁLGEBRA LINEAR – Exercícios Vol. 2 – Espaços Vectoriais e Geometria Analítica
15 – SUCESSÕES E SÉRIES – EXERCÍCIOS
16 – EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E SÉRIES
17 – INTEGRAIS MÚLTIPLOS E EQUAÇÕES DIFERENCIAIS – EXERCÍCIOS
18 – INTEGRAIS DUPLOS, TRIPLOS, DE LINHA E DE SUPERFÍCIE
19 – FUNDAMENTOS DE ANÁLISE NUMÉRICA
20 – MÉTODOS NUMÉRICOS – Introdução, Aplicação e Programação
21 – CÁLCULO INTEGRAL – Teoria e Aplicações
22 – PRIMITIVAS E INTEGRAIS – Exercícios Resolvidos
23 – TÓPICOS DE ANÁLISE MATEMÁTICA EM IR^n
24 – EXERCÍCIOS SOBRE PRIMITIVAS E INTEGRAIS
25 – ÁLGEBRA LINEAR – Teoria e Prática
26 – PRIMITIVAS E INTEGRAIS – Com Aplicações às Ciências Empresariais

MANUEL ALBERTO M. FERREIRA

ÁLGEBRA LINEAR

Volume 1

MATRIZES E DETERMINANTES

EXERCÍCIOS

EDIÇÕES SÍLABO

Visite a Sílabo na rede

www.silabo.pt

Editor: Manuel Robalo

FICHA TÉCNICA:

Título: Álgebra Linear – Exercícios Vol. 1 – Matrizes e Determinantes
Autor: Manuel Alberto M. Ferreira
Capa: Pedro Mota

1ª Edição – Lisboa, 1992
5ª Edição – Lisboa, Novembro de 2016

Impressão e acabamentos: Cafilesa – Soluções Gráficas, Lda.
Depósito Legal: 413346/16
ISBN: 978-972-618-850-6

EDIÇÕES SÍLABO, LDA.

R. Cidade de Manchester, 2
1170-100 LISBOA
Telf.: 218130345
Fax: 218166719
e-mail: silabo@silabo.pt
www.silabo.pt

ÍNDICE

MATRIZES

ENUNCIADOS

1

Considere as seguintes matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \\ 9 & 1 & 2 \\ 7 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} \qquad F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

a) Classifique-as quanto ao tipo.

b) Identifique os seguintes elementos
a_{11} , a_{12} , b_{23} , b_{21} , b_{13} , c_{42} , c_{32} ,
c_{41} , c_{22} , d_{12} , d_{14} , e_{11} , e_{31} , f_{22} ,
f_{33} , f_{13} .

c) Se algumas delas tiverem designações especiais indique-as.

2

Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

a) Que designação especial tem cada uma delas?

b) Para cada uma delas determine a matriz transposta e a simétrica.

3

Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

Calcule:

a) $A + B + C$

b) $A + B - C$

c) $A + 2B - 3C$

d) $-5A + 3B - \frac{1}{2}C$

e) $A^T - B^T + C^T$

4

Sendo $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 5 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

calcule $\sqrt{2}\ .\ A$.

5

Sendo $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ $\qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

Determine o resultado das seguintes operações:

a) $2A - B + C$

b) $2\,(A - B + C)$

c) $3A + B - C$

d) $3\left(A - \frac{1}{2}B\right) + C$

6

Dadas as matrizes:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 4 \\ 2 & -\frac{1}{5} & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & \frac{4}{5} \\ \frac{1}{2} & \frac{2}{3} & -1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

a) Calcular $\dfrac{A + B}{2} - 3C$

b) Calcular X do tipo 2×3 tal que

$$\frac{2X - A}{2} - \frac{B + C}{2} = 0$$

7

Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

a) Calcule AB e BA

b) Calcule $2A - 3B^T$

c) Calcule $(A + B^T)\,(A^T - B)$

8

Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} \qquad B^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & 9 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

Determine:

a) $A \,.\, B$

b) $A \,.\, C$

c) $C \,.\, B$

d) $A \,.\, C^T$

e) C^2

f) $B \,.\, A + C^T$

g) $[BA - 4I + 2C\,]^T$

h) $\left[(A \,.\, B\,)^2 - 4I\right]^T$

9

Dadas as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 5 & -3 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -5 \\ 0 & 6 & -2 \end{bmatrix}$$

Mostre que:

a) $(A + B) \, . \, C = A \, . \, C + B \, . \, C$

b) $(A \, . \, B)^T = B^T \, . \, A^T$

10

Dadas as matrizes

$$A = [1 \;\; 0 \;\; -1 \;\; 2] \qquad\qquad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Determine:

a) $A \, . \, B$

b) $B \, . \, A$

c) Das alíneas anteriores que pode concluir quanto a certa propriedade no produto de matrizes?

11

Mostre que se $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

$$A^2 - 6A + 5I = 0$$

Outros livros Sílabo na área dos Métodos Quantitativos:

Estatística – Exercícios Vol. 1 – Probabilidade, Variáveis aleatórias
Estatística – Exercícios Vol. 2 – Distribuições, Inferência estatística
Estatística Aplicada – Vol. 1
Estatística Aplicada – Vol. 2
Exercícios Estatística Aplicada – Vol. 1
Exercícios Estatística Aplicada – Vol. 2
Estatística Matemática – Vol. 1
Estatística Matemática – Vol. 2
Exercícios de Estatística – Vol. 1
Exercícios de Estatística – Vol. 2
Análise Estatística com utilização do SPSS
Estatística Multivariada Aplicada
Estatística Descritiva
Análise Multivariada de Dados Qualitativos – Utilização da HOMALS
Análise de Dados para Ciências Sociais
Métodos Quantitativos para as Ciências Sociais
Exercícios de Métodos Quantitativos para as Ciências Sociais
Exercícios de Estatística Descritiva para as Ciências Sociais
Estatística para Economia e Gestão
Matemática para Economia e Gestão em 11 Lições
Investigação Operacional – Vol. 1
Investigação Operacional – Vol. 2
Sondagens
Tabelas Estatísticas
Convite à Matemática
Formulário de Estatística
Formulário de Física
Investigação por Questionário
SPSS – Guia Prático de Utilização
Descobrindo a Regressão – Com a Complementaridade do SPSS

Visite a Sílabo na rede:
www.silabo.pt

153
ISBN 978-972-618-850-6
9 789726 188506

11 **COLECÇÃO MATEMÁTICA**